Part 6

Planetary Nebulae

ここでは、スペクトルに輝線を有する天体を考える。惑星状星雲、新星、Wolf-Rayet星、P Cygni型星、Be型星、などがそうである。これらの場合には、後で判るように、常に高温星からの物質の流出が起っており、そのために非常に拡った稀薄なenvelopeが形成される。このenvelope内で星からの紫外輻射が長い波長の輻射（特に可視輻射）へと転化される結果、輝線が発生すると考えられる。

envelopeの可視輻射が、星の紫外輻射を消費して形成されるという事実は、envelopeの状態が熱力学的~~状態~~平衡から著しく偏移していることを意味する。

このため輝線を出す星のenvelopeは、熱力学的平衡が第一近似として成立つような普通の星の大気と全く同様には取扱えない。上記の天体を研究する場合、種々の状態にある原子数を求めるのにBoltzmannやSahaの公式は使えないし、波長別の輻射強度を求めるのにPlanckの公式は使えない。それらの量は、現実のenvelope内で起っている基本的な過程を考えて、個々の場合について決めねばならない。吾々は普通、envelopeが定常状態にある、即ち、状態間の原子の分布や、envelope内の輻射場が時間について変化しないと仮定する。ここで、勿論、種々の基本的過程、例えば、光電電離、再結合、原子衝突などの確率を理論物理学を用いて計算せねばならない。

惑星状星雲の中では、物質も輻射も共に極めて稀薄であるため、その中で起っている物理過程は比較的単純である。

Ambartzumyan. P. 401.

No.

12

Chapter 11

The mechanism of the radiation of the nebulae. The temperature s of their nuclei.

§ 1. Observational data.

P.N.(*planetary nebula*)は、かなり規則的な形状の輝いたガス塊であって、その中心に星雲の核 *nucleus* と呼ばれる星がある。望遠鏡では、屡々惑星とよく似た円像に見え(その名の起り)、相当数のものは、核を取り巻く環状に見える。中には非常に複雑な構造(例えば交錯した二つの環)を持っている。P.N.の視直径は、殆ど1″以下であり、多くの(非常に小さく、非常に遠方の)P.N.は、望遠鏡でさえ、全く円板像を示さず、僅かにスペクトルの様子からP.N.であることが確かめられる。そのような、いわば"恒星状星雲"が近年になって100以上も発見され、現在までに知られているP.N.の総数は約350個に達する。

P.N.は非常に遠方にあるので、三角法では信頼出来る視差が得られない。銀河回転の理論による視線速度から得られるP.N.の平均距離は、数千*parsec*程度で、これから、P.N.の平均直径は数万天文単位であることが判り、その平均の絶対等級は約0^mである。

一般に、P.N.は、その中心星より著しく明るい。求められた核の絶対写真等級は$+3^m$である。核は、非常に高温な星である。そのスペクトルはO型やW型に属している。しかしながら、光度では、これらの型の星(平均の絶対等級は約-3^m)より遥かに劣っていることに注意せねばならない。

P.N.のスペクトルは、種々の原子、イオンの輝線から成っている。第一に、水素の*Balmer*系列線が非常に強い。この他に、陽子の自由電子捕獲による*Balmer continuum*が輝いている。多くの星雲のスペクトル中には、中性ヘリウム線と一緒に電離ヘリウム線(例えば4686Å)が見られ、このことは、星雲の中で電離度、励起度が非常に高いことを示している。

しかし、P.N.のスペクトル中で最も明るい線は、主星雲線N_1、N_2と呼ばれる波長5007、4959Åの二重線である。又、もう一対の強い二重線3726、3729Åが紫外部に観測される。この二組の二重線は、散光星雲や、新星のスペクトル中にも見出されるが、これらの線は、新星の他の多くの線とともに、最初、実験室では得られていなかったもので、当時、地球上で知られていない未知元素*neblium*に属するものとされた。しかし、1928年にI.S. Bowenは、*neblium*線が実際には、よく知られた元素の禁制線であることを示した。これらが星雲中に現れるということは、地球上の実験室では遠く得なかった特異な物理条件を示している。

No.

Bowenの解釈によって、星雲スペクトル中の緑の二重線（N_1, N_2線）は、OIIIの、紫外の二重線はOIIの、夫々禁制遷移によって起るものである。他の星雲線も、全様に、種々の電離状態にあるO, N その他の元素の禁制線であることが判る。この同定が正しいことは、観測される線の振動数が原子のエネルギー準位の配置から理論的に得られるものと正しく合致するばかりでなく、その他の事実からも確かめられる。例えば、N_1, N_2線は共通の上位準位から發するもので、その強度比は、Bowenによれば、常に3にならなければならないが、実際の観測強度比もそうなっている。

P.N.のスペクトル線の形状には興味がある。分光写真儀のスリットを、星雲の直径に沿っておけば、スペクトル線は両端部で狭く、中央部がかなり拡がっている。或る場合には線は中央部で二成分に分割されている。これらのスペクトル線の形状は、P.N.の膨張によって説明出来る。分割されたスペクトル線の紫成分は、星雲の、吾々に接近している部分で、赤成分は、吾々から遠ざかる部分で形成される。両成分の最大分離（或は両成分が接着している時は、線の最大幅）が、星雲の膨張速度の2倍に対応することは明らかである。多くの星雲について求められたこの膨張速度は、10〜20 km/sec 程度である。P.N.が膨張しているという事実は、それらが或る時期に核から放出されたのだという仮定に導かれる。

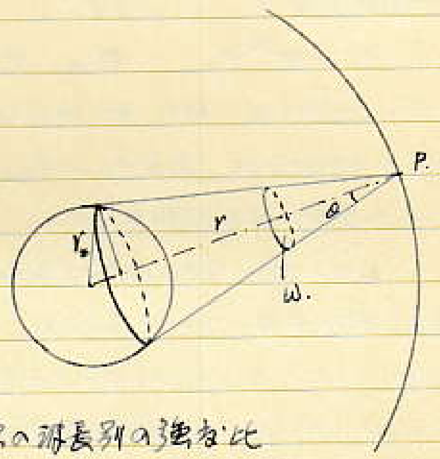
p. 402

No.

§ 2. The origin of the radiation of the nebulae.

星雲の輻射が中心星に起因するものであることは明らかであるが、星雲と星とのスペクトルが全然似てないので、これは輻射の単純な反射ではない。又星雲内での共鳴散乱でもない。何故なら、星雲において離散スペクトル線に輻射されるエネルギーが、核の連続スペクトルのその対應部分のエネルギーより著しく過剰であるからである。従って、星雲は、核が、他のスペクトル領域に放出したエネルギーを吸収し、それをスペクトルの可視領域に轉化して輻射していると考えねばならない。核の温度は極めて高く($30,000^\circ$以上)、そのため紫外領域には非常に大きい強度を持っているので、上の考えは、星雲が核の紫外輻射を吸収し、それを長波長領域に再放出することを示している。

この考えが全く正しいことを示そう。



先ず核から、星雲内の一点Pへ通過する輻射の性質を考える。核は温度T_*の黒体輻射をしているとする。温度T_*における熱力学的平衡にある輻射密度は、Planckの公式

$$\frac{4\pi}{c}B_\nu(T_*) = u_\nu^* = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\frac{1}{e^{h\nu/kT_*}-1} \qquad (1).$$

で決められる。envelopeの拡がりが大きい時、光球からの輻射は稀釈される。Planck曲線の波長別の強度比~~曲線~~は変らないが、輻射密度は弱まる。その弱まり方を調べる。P点から見て、中心星の張る立体角は

$$\omega = \int d\omega = 2\pi\int_0^\theta \sin\theta\, d\theta$$

$$= 2\pi\left\{1-\sqrt{1-\left(\frac{r_*}{r}\right)^2}\right\} \qquad (2).$$

空洞輻射では、u_ν^*の輻射があらゆる方向(4π)から入ってくるが、P点では、ωの方向から来るだけで平均密度は弱まり $\left[\, u_\nu^* = \frac{4\pi}{c}B_\nu(T_*) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\left(e^{h\nu/kT_*}-1\right)^{-1} \right]$.

$$u_\nu = W u_\nu^* \qquad (3)$$

の法則に従って、中心星からの距離が増すとともに減少する。ここで

$$W = \frac{\omega}{4\pi} = \frac{1}{2}\left\{1-\sqrt{1-\left(\frac{r_*}{r}\right)^2}\right\} \qquad (4).$$

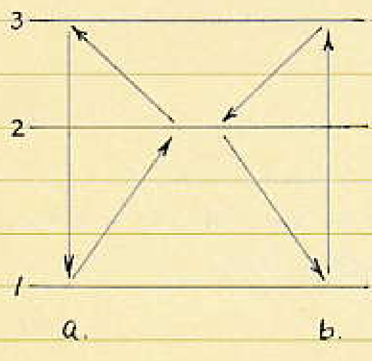
envelope の拡がりが非常に大きければ $r_*/r \ll 1$ だから(4)の代りに

$$W \sim \frac{1}{4}\left(\frac{r_*}{r}\right)^2 \qquad (5).$$

となる。このWを稀釈因子 dilution factor と云う。P.N. では r_*/r の比は 10^{-7} 程度であるから、P.N. の輻射密度は、星の表面の輻射密度($\frac{1}{2}u_\nu^*$)に比べて約 10^{14} 倍に稀釈される。

星雲内で、星の輻射密度がそのように著しく減少するにもかかわらず、そのスペクトル中の相対エネルギー分布が変らないでいることは非常に重大である。このことを強調するために、星雲中の与えられた輻射密度に対応する温度を計算してみよう。この温度を T_1 と書けば、全輻射密度は $u = aT_1^4$。他方(3)式から $u = WaT_*^4$ が得られ、両式から $T_1 = W^{1/4}T_*$ 従って、$T_1 \sim 10^{0}$ となる。若し星雲中の輻射が平衡輻射のままであるならば、即ち、若し与えられた全輻射密度に対してスペクトル中のエネルギー分布が(3)式でなく、温度 T_1 の Planck 公式で与えられるならば、その分布の最大値は、スペクトルの超赤外部に移動することだろう。

上述の様から星雲を通過する輻射のスペクトル成分の不変性により、星雲中で起っている輻射の転化過程を定めることが出来る。このような場合には、熱力学から、輻射と物質との相互作用によって、更に適切な分布を形成するように振動数に対するエネルギーの再分布が起ることが知られている。その結果、星雲は、その中心星からの稀釈輻射を転化して、スペクトルの長波長部分を強め、短波長部分を弱めるに違いない。このような過程は、Rosseland の定理によって特性づけられる。今、3つの energy level 1, 2, 3. の何れかにある原子を考えよう。photon を吸収して $1 \to 2 \to 1$ のような共鳴散乱となる可能な二つの単一遷移と、複雑な循環遷移がある。これらの中最も重要なのは、



$a: \ 1 \to 2 \to 3 \to 1.$

$b: \ 1 \to 3 \to 2 \to 1.$

という二つの逆過程である。前者は、二つの低振動数量子 $h\nu_{12}$, $h\nu_{23}$ を吸収して、一つの高振動数量子 $h\nu_{13}$ の放出となり、後者は、逆に、振動数 ν_{13} の一つの吸収量子を、振動数 ν_{12}, ν_{23} の二つの量子に分解して放出する。

Rosseland の定理は、輻射が稀釈されている時、b 循環遷移の方が a より多く起る、即ち、高振動数量子は低振動数量子に轉化する傾向が、その逆より強い、ということを述べている。

單位容積中、單位時間に (1→2) 遷移の数は、$N_1 B_{12} u_{12}$ である。ここで N_1 は單位容積中 (1) 状態にある原子数、B_{12} は Einstein 係数、u_{12} は (1→2) 遷移に對応する振動数の輻射密度である。この原子の中、一部は自発的又は刺戟遷移によって (1) 状態に戻り、一部は更に輻射を吸収して (3) 状態へ上る。(2) 状態からの遷移總数に對して (2→3) 遷移をするものの数の比は

$$B_{23} u_{23} / (A_{21} + B_{21} u_{12} + B_{23} u_{23})$$

である。(3) 準位からの遷移は、(1) 及び (2) 準位への何れへも可能である。その中 (3→1) 遷移だけの割合は、

$$(A_{31} + B_{31} u_{13}) / (A_{31} + B_{31} u_{13} + A_{32} + B_{32} u_{23})$$

である。以上三つを組合わせて、單位時間内に a (1→2→3→1) 循環をする原子の数は

$$N_a = N_1 B_{12} u_{12} \cdot \frac{B_{23} u_{23}}{A_{21} + B_{21} u_{12} + B_{23} u_{23}} \cdot \frac{A_{31} + B_{31} u_{13}}{A_{31} + B_{31} u_{13} + A_{32} + B_{32} u_{23}} \qquad (6)$$

同様の考えで單位時間内に b (1→3→2→1) 循環をする原子の数は

$$N_b = N_1 B_{13} u_{13} \cdot \frac{A_{32} + B_{32} u_{23}}{A_{32} + B_{32} u_{23} + A_{31} + B_{31} u_{13}} \cdot \frac{A_{21} + B_{21} u_{12}}{A_{21} + B_{21} u_{12} + B_{23} u_{23}} \qquad (7)$$

両方の循環過程の数の比を求めてみると、

$$\frac{N_a}{N_b} = \frac{B_{12} u_{12} B_{23} u_{23} (A_{31} + B_{31} u_{13})}{B_{13} u_{13} (A_{32} + B_{32} u_{23})(A_{21} + B_{21} u_{12})} \qquad (8)$$

之を簡単にするために Einstein の関係

$$A_{ij} = B_{ji} \frac{g_j}{g_i} \sigma_{ji}, \quad B_{ij} = \frac{g_j}{g_i} B_{ji} \qquad (9)$$

但し

$$\sigma_{ji} = 8\pi h \nu_{ji}^3 / c^3 \qquad (10)$$

を導入する。g_i、g_j は夫々統計的荷重である。次に

$$u_{ij} = W \sigma_{ij} \overline{u_{ij}} \qquad (11)$$

$$\overline{u_{ij}} = \frac{1}{e^{h\nu_{ij}/kT_*} - 1} \qquad (12)$$

と書くことが出来る。これらを用いて (8) 式は

$$\frac{N_a}{N_b} = W \frac{\overline{u_{12}}\,\overline{u_{23}}\,(1+W\overline{u_{13}})}{\overline{u_{13}}\,(1+W\overline{u_{12}})(1+W\overline{u_{23}})} \tag{13}$$

となる。

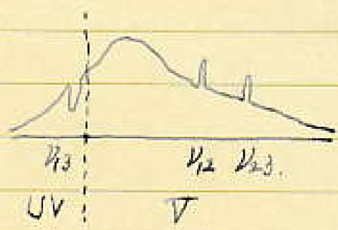
　W が 1 の時、即ち光球内部では この比は当然 正しく 1 に等しくなる。W が減少する時、この比も減少し、星雲内での W が 10^{-14} 程度であり、$\overline{u_{12}}\,\overline{u_{23}}/\overline{u_{13}}$ の因子は 1 の程度の値であるから、この場合、

$$\frac{N_a}{N_b} \approx W \tag{14}$$

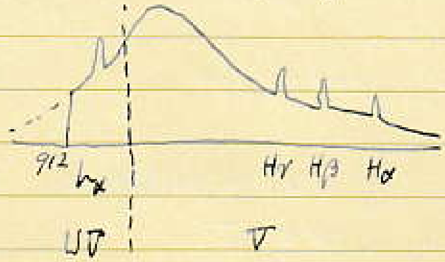
従って星雲内では、b 循環の数に比べて a 循環の数を完全に無視出来る。* 多数のエネルギー準位を持ち、従って更に複雑な循環遷移が起り得るような原子に対しても事情は全く同じである。**

　このように Rosseland の定理に従い、星雲の輻射は、中心星の紫外量子の、低振動数量子（特にスペクトルの可視域の量子）への転化の結果として説明出来る。中心星は非常に高温で強い紫外輻射を放出しているため、之を可視輻射に転化放出して輝いている星雲が中心星自身よりずっと明るい可視光度を持っていることも驚くには当らない。

*. 光球からの ν_{13} 輻射はどんどん吸収されて その energy は ν_{12}, ν_{23} 輻射として転化放出されるので その energy curve は 左のようになる。実際に



計算にみると、3-level が連続状態の時、この效果は最も著しく、水素では、Lyman continuum の energy が転化されて Balmer line などが輝線として観測される（右図）。



** 拡大大気で一方向に働く b-cycle を Rosseland cycle と呼び、ここで述べた螢光機構を螢光機構 fluorescent mechanism と云う。

§ 3. The determination of the temperatures of the nuclei from hydrogen lines.

前節では3準位を持つ仮想の原子からなる星雲を考えた。そして、星雲は中心星の輻射だけの影響を受けるとして、星雲自身の稀薄な輻射を考慮しなかった。そこで、次に、水素原子よりなる実際の星雲の輻射を考えよう。

星雲内では輻射密度が小さいため原子は殆ど基底準位にある。そのため星雲の質量が十分大きければ星雲は Lyman 系列の輻射に対しては不透明になり、Balmer, Paschen 系列などに対しては完全に透明になる。その結果、星雲は中心星からの輻射の中 Lyman 系列の振動数の輻射を吸収し、その代り、Balmer 系列のような副線系列 subordinate series の振動数の輻射を放出し、之は星雲内を妨げられることなく通過する。

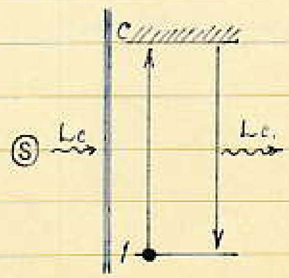
しかしながら、星雲における Balmer 線に放出されるエネルギーが中心星の輻射の中 Lyman 線のエネルギーだけから得られるとすれば、中心星は 100,000° 以上の高温星でなければならない。（現実には約 30,000°）。このため星雲中には、非常に多くの水素原子があり、それらが中心星の輻射の中、Lyman 線ばかりでなく、Lyman 連続部の輻射まで吸収すると考えなくてはいけない。この結果、水素原子は光電電離し、再結合、降下遷移によって Balmer, Paschen などの系列線が放出される。

こうして、Lyman 連続部に対する星雲の光学的厚さが 1 より大きいか、或は何れにせよ、1 に比べてそう小さくはないことが判る。Lyman 系列の最初の数本の線の吸収係数と、系列極限を越えてすぐの吸収係数との比は $10^4 \sim 10^5$ 程度であるから、之等の線に対する光学的厚さも $10^4 \sim 10^5$ 程度又はそれ以上で非常に大きいことが判る。

中心星から放出された hc 量子が星雲で吸収されると、星雲中の水素原子は電離し、暫くすると自由電子は陽子と再結合する。この時二つの可能性がある。

(1)：電子が直接基底準位に落ちる。
(2)：電子は励起準位の一つに落ちる。

(1)の場合には再び hc 量子が放出され、全過程が再び繰返される。

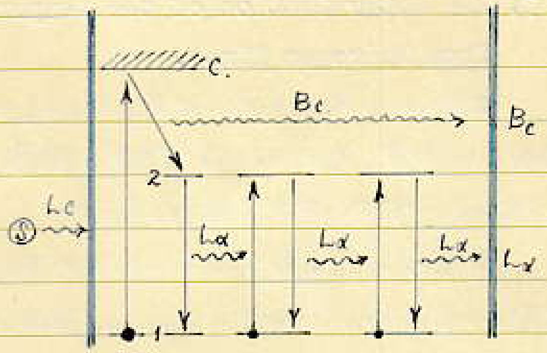


(1).

(2)の場合には電子は或る一連の降下遷移を行い、最後には基底準位に帰着する。星雲中では、物質密度も輻射密度も非常に小さいので、この一連の遷移は中断されることはない。

(2.1)：電子が直接第2準位に捕獲された時.

この際 B_c 量子が放出され、これは星雲が透明なため脱出する。電子は次いで第2準位から基底準位に落ち、L_α 量子を放出する。上に推定したように L_α に対する星雲の光学的厚さは非常に大きいので、この L_α 量子は星雲内の短距離を通過した後、基底準位にある他の原子に吸収され、原子は第2準位に移る。外部の妨げがないので、原子は自発的に基底準位に戻り、L_α 量子を放出する。こうして L_α 量子は原子から原子へとパスされ、散乱過程のみを受け、やがてこれが星雲の外境まで続いて脱出する。

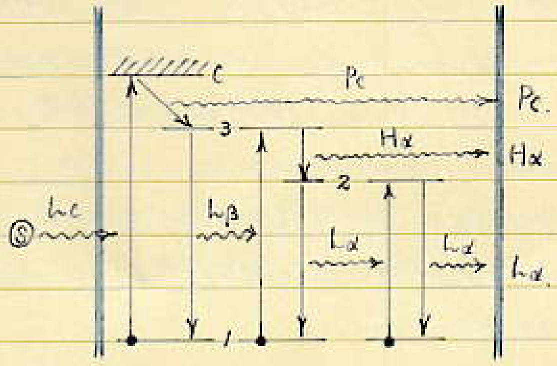


(2.1).

(2.2)：電子が直接第3準位に捕獲される時。

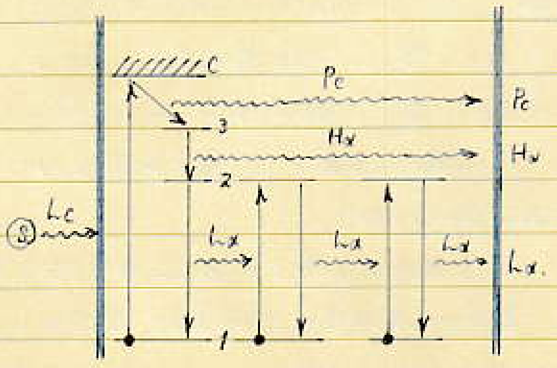
先ず P_c 量子が放出され、これは星雲から脱出する。それ以後の過程に二つの可能性がある。

(2.2.1)、次いで L_β 量子を放出して直接基底準位に落ちる。L_β 量子に対して星雲は光学的に厚いため直ちに基底準位にある原子に吸収され、原子は第3準位に上る。遅かれ早かれ、次の(2.2.2)が実現する。



(2.2.1).

(2.2.2) 次いで逐次 H_α、L_α 量子を放出して先ず第2それから第1準位へと降下する。H_α 量子は妨げを受けず星雲から脱出する。L_α 量子は(2.1)のように散乱を繰返して星雲を出る。



(2.2.2).

更に高準位への捕獲においても類似の考察が出来る。何れの場合も一連の遷移の結果は L_α 量子の形成に終り、その直前には、Balmer 量子の放出を伴った第2準位への遷移がある筈である。このようにして、次のような結論が得られる。（結論）星雲において吸収され転化された中心星の L_c 量子の各々から、必ず一個の L_α 量子と、一個の Balmer 量子が形成される。

若し、星雲が、中心星から放出される L_c 量子を全部転化すると仮定すれば（そのためには、L_c 輻射に対する星雲の光学的厚さが、1より可成大きい場合）その量子の数は、星雲が放出する Balmer 量子の数に等しくなければならない。一般に星雲が放出する Balmer 量子の数 N_B は、中心星の放出する L_c 量子の数 $N^*_{L_c}$ を越えない。即ち、

$$N_B \leq N^*_{L_c} \qquad (1).$$

という結果が得られる。

H. Zanstra は、この定理に基いて P.N. の中心星の色温度を決定している。N_B が $N^*_{L_c}$ に対する下限を与えるのであるから、若し、中心星が可視領域に放出する量子の数 N^*_{vis} を N_B と比較するならば、それは実は、中心星の輻射について可視部の強度と紫外部強度の下限とを比較していることになる。これから色温度の下限を計算することが出来る。

中心星の半径 r_* で、温度 T_* の Planck 輻射をしているとすれば、単位時間に放出される L_c 量子の総数 $N^*_{L_c}$ は、

$= 4\pi r_*^2 \cdot \pi \int \frac{B(T_*)\,d\nu}{h\nu}$

$$N^*_{L_c} = 4\pi r_*^2 \frac{2\pi}{c^2} \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\nu^2\, d\nu}{e^{h\nu/kT_*} - 1} \qquad (2).$$

但し、ν_0 は、Lyman 系列極限の振動数である。 $\lambda_0 = 912$, $\nu_0 =$

他方、星雲全体から毎秒、第 i 番 Balmer 線に放出されるエネルギー総量を E_i と書き、中心星から毎秒、スペクトルの同一点に、単位振動数当り放出されるエネルギー総量を $(\partial E_*/\partial\nu)_i$ と書くことにする。ディメンジョンの無い比、

$$A_i = \frac{E_i}{\nu_i (\partial E_*/\partial \nu)_i} \qquad (3)$$

は、直接観測から得られる。所が、

$$\left(\frac{\partial E_*}{\partial \nu}\right)_i = 4\pi r_*^2 \frac{2\pi h \nu_i^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu_i/kT_*} - 1} \qquad (4)$$

この為、星雲において放出される Balmer 量子の総数は

$$N_B = \sum_i \frac{E_i}{h\nu_i} = \frac{1}{h}\sum_i A_i\left(\frac{\partial E_*}{\partial \nu}\right)_i = 4\pi r_*^2 \frac{2\pi}{c^2}\sum_i \frac{\nu_i^3 A_i}{e^{h\nu_i/kT_*}-1} \tag{5}$$

である。(2)、(5) 式により不等式 (1) は

$$\sum \frac{\nu_i^3 A_i}{e^{h\nu_i/kT_*}-1} \leq \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\nu^2 d\nu}{e^{h\nu/kT_*}-1} \tag{6}$$

ここで、

$$h\nu/kT_* \equiv x,\quad h\nu_0/kT_* \equiv x_0,\quad h\nu_i/kT_* \equiv x_i \tag{7}$$

と書けば (6) 式は、

$$\sum \frac{x_i^3 A_i}{e^{x_i}-1} \leq \int_{x_0}^{\infty} \frac{x^2 dx}{e^{x}-1} \tag{8}$$

となる。左辺の Σ は、総ての Balmer 系列線だけではなく、Balmer 連続部に亘ってとられる。この不等式は数値的に解かれる。種々の T_* をとって、x_0、x_i を計算してみると、或る T_* の値に対して等号が成立し、中心星の温度に対する下限が定る。Zanstra が自分の測定値 A_i を用いて得た結果は

Nebula NGC 6543 $T_* = 39{,}000^\circ$
NGC 6572 $T_* = 46{,}000^\circ$
NGC 7009 $T_* = 55{,}000^\circ$

この方法では、中心星スペクトルの相当隔った二部分を比較していることになるので、A_i 測定の小さい誤差には殆ど影響を受けない。

星雲輻射の他の原子のスペクトル線（後で判るように総ての線ではない）も、水素の場合と同様に中心星の紫外輻射により光電電離、再結合で生ずる。特に星雲はこのようにして HeI、や HeII 線を輻射する。これらの線の強度からも、水素の場合と同様に上の方法で中心星の温度を定めることが出来る。所が異る原子の線から得られる同じ星の温度がかなり相異している。例えば Zanstra によれば

$$\text{NGC 7009}\quad \begin{cases} T_* = 55{,}000^\circ \ (\mathrm{HI}). \\ T_* = 70{,}000^\circ \ (\mathrm{HeII}). \end{cases}$$

多くの場合、この相違はもっと著しい。この解釈として幾つかの理由が考えられているが、その重要なもの二つを示そう。

(1). Zanstraの方法は、中心星の実際の温度ではなく、その下限を与えるに過ぎない。若し星雲が中心星からの輻射の中、問題の原子の主級線極限を越えた部分のエネルギーを僅かしか吸収しなければ、得られた温度の下限は、実際の温度よりかなり低くなるに違いない。幾らかの場合、水素線から得られる温度にこの理由が考えられる。何故なら、星雲中で水素が強く電離した結果、中心星のLc輻射の吸収が完全に行なわれないかも知れないからである。

(2). 中心星のスペクトルのエネルギー分布がPlanck法則から相当にずれているかも知れない。この場合、色温度という概念は、具体的な意義を持たなくなる。

P.411

No.

§ 4. The determination of the temperatures of the nuclei from "nebulium" lines.

5007 4959.

主星雲線 N_1, N_2 を含む幾つかのスペクトル線が、前節で述べた光電電離、再結合の方法では起り得ないことが容易に判る。

(1). 実際、星雲の N_1, N_2 線輻射が中心星のエネルギー中、OIII の主線系列極限連続部のエネルギーを消費して生ずるものと想像してみよう。この場合、中心星がこの連続部に放出する量子の数は、星雲が N_1, N_2 線に放出する量子の数より少くはない筈である。(3.1 式参照)。所が OIII の主線系列極限はスペクトルの極く超紫外部にある。(OIII の電離ポテンシャル（54.934）は水素（13.595）の約4倍)。従って上の想像が正しいとすれば、中心星の温度は、場合によっては、100 万度以上という考えられない程の高温となる。 226 Å

(2). OIII と HeII の電離ポテンシャルは殆ど同じ(夫々 ~~[illegible]~~ 54.934, ~~[illegible]~~ 54.400 eV)であるから、両者は、中心星の輻射の中、同じスペクトル領域を吸収する。従って、この吸収のみで星雲が N_1, N_2 線を輻射するとすれば、N_1 N_2 線の強度は、HeII 線の強度より強くはならない筈である(何故なら、He 原子は少くとも O 原子より多いから)。実際には、スペクトル中に N_1, N_2 線が非常に強いにも拘らず HeII 線の殆ど見られない多くの星雲がある。

以上の事実から、星雲中には再結合以外に原子を励起する機構があるに違いない。星雲線の放出される準位の励起ポテンシャルは非常に小さく、例えば N_1, N_2 線では僅か 2.5 eV である。従って、星雲中のかなりの自由電子は、衝突によってこれらの準位を励起するに充分なエネルギーを持っているに違いない。この様な考えから、I. S. Bowen は、星雲が自由電子の運動エネルギーを消費して星雲線を輻射していると考えた。自由電子の持つエネルギーが、そもそもは、中心星の紫外輻射から得られたことは当然である。この輻射は、電離によって電子を原子からもぎとるばかりでなく、それに或る運動エネルギーを付与する。自由電子がイオンに捕獲~~[illegible]~~される前に、このエネルギーの一部が星雲線を励起するに使われる。

これらの概念に基いて Zanstra は、中心星の温度を決めるもう一つの方法を考えた。

自由電子は主に水素原子の電離によって出来ると考えよう。この電離が振動数 ν の量子の吸収によって起るとすれば、生じた自由電子は、

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - h\nu_0 \qquad (1)$$

の運動エネルギーを持つことになる。ν_0 は水素の電離振動数である。中心星が振動数領域 $(\nu, \nu+d\nu)$ に毎秒放出する量子の総数は、

$$4\pi r_*^2\,\pi B(T_*)\cdot\frac{1}{h\nu} = 4\pi r_*^2\,\frac{2\pi\nu^2}{c^2}\cdot\frac{d\nu}{e^{h\nu/kT_*}-1} \qquad (2)$$

である。従って若し中心星の放出する Lc 量子が全部吸収されるとすれば、毎秒自由電子が得る運動エネルギーの総量は、

$$4\pi r_*^2\,\frac{2\pi h}{c^2}\int_{\nu_0}^{\infty}\frac{(\nu-\nu_0)\nu^2}{e^{h\nu/kT_*}-1}\,d\nu \qquad (3)$$

である。他方星雲が放出する星雲線のエネルギーは、

(3.5) →

$$4\pi r_*^2\,\frac{2\pi h}{c^2}\sum_{\text{nebulium}}\frac{A_i\,\nu_i^4}{e^{h\nu_i/kT_*}-1} \qquad (4)$$

で表わせる。ここで A_i は (3.3) 式の観測可能な量であり、Σ は自由電子との衝突の結果励起される星雲線全部について集める。

星雲線の励起に使われるエネルギーは、電子の得る運動エネルギーを越えることはないから、(3), (4) の比較から

$$\sum_{\text{nebulium}}\frac{A_i\,\nu_i^4}{e^{h\nu_i/kT_*}-1} \leqq \int_{\nu_0}^{\infty}\frac{(\nu-\nu_0)\nu^2}{e^{h\nu/kT_*}-1}\,d\nu \qquad (5)$$

(3.7) の記号を用い、

$$\sum_{\text{nebulium}}\frac{x_i^4}{e^{x_i}-1}A_i \leqq \int_{x_0}^{\infty}\frac{(x-x_0)x^2}{e^{x}-1}\,dx \qquad (6)$$

この式の x_i, x_0 に含まれる未知数 T_* について数値的に解き、中心星の温度の或る下限を得る。その結果は、

NGC 6543　$T_* = 37{,}000^\circ$

6572　$T_* = 38{,}000^\circ$

7009　$T_* = 50{,}000^\circ$

で、これらは前節の水素線から得たものとかなりよく一致する。これらの異る二つの方法によって得られる結果がこのようによく一致するのは、それらが単に下限であるのではなく、求めている温度に実際に近いという事実に因るのかも知れない。