Part 5

恒星スペクトルにおける吸収線の形成

FORMATION OF ABSORPTION LINES IN THE STELLAR SPECTRUM

太陽のスペクトル写真を見ると明るい連続スペクトルを背景にして、種々の強さを持つ多数の吸収線が見られる（フラウンホーファーFRAUNHOFER線，1817）。また彩層やコロナのスペクトルには輝線が見られる。これらの吸収線や輝線の中で著しい線の波長や強度が表に示してある。

キルヒホッフKIRCHHOFF とブンゼンBUNSEN. 1861 はフラウンホーファー線の波長が地球上に見られる元素のある遷移に対応していることを示した。近年になって種々の元素の、種々の電離状態に対する線の波長表が公表されている。*

線の強度や幅は、恒星の大気中の励起温度、乱流速度、電子圧、ガス圧、表面重力などに依存するので、それらを決定するために、理論的な計算が観測と比較される。

２つの古典的なモデル大気は、シュスター SCHUSTER. 1905ーシュバルツシルト SCHWARZSCHILD. 1906大気（ＳＳ大気）と、ミルン MILNE. 1921. 1930ーエディントン EDDINGTON. 1917. 1926大気（ＭＥ大気）である。

ＳＳ近似では、スペクトル連続部は光球で完成され、線スペクトルは光球の上の『反転層』REVERSING LAYER だけで作られると仮定する。ＭＥ近似では線および連続吸収係数の比が一定に保たれながら、同じ層で線および連続スペクトルが両方形成されると仮定する。これらの歴史的な詳しい議論はミハラスMIHALAS の『恒星大気』STELLAR ATMOSPHERE. 1970. 1978に見られる。

太陽に対して、観測された連続部および線スペクトルのデータと最もよく合致するモデル大気は

GINGERRICH,NOYSE,KALKOFEN & CUNY (1971)

GINGERRICH & DE JAGER (1968)

によるもので、前者は NON-LTE MODEL、後者は LTE MODEL である。

☆ 波長表

1.

Morgan,Keenan & Kellman (18943)

2. A Multiplet Table of Astrophysical Interest (1945 Edition)
Part Ⅰ. Table of Multiplets
Part Ⅱ. Finding List of All Lines in the Table of Multiplets
C.E.Moore (National Bureau of Standards,1959)

3. The Solar Spectrum 2935A to 8770A
Second Revision of Rowland's Table of Solar Spectrum Wavelengths
Moore,Minnaert & Houtgast (National Bureau of Standards, 1966)

4.

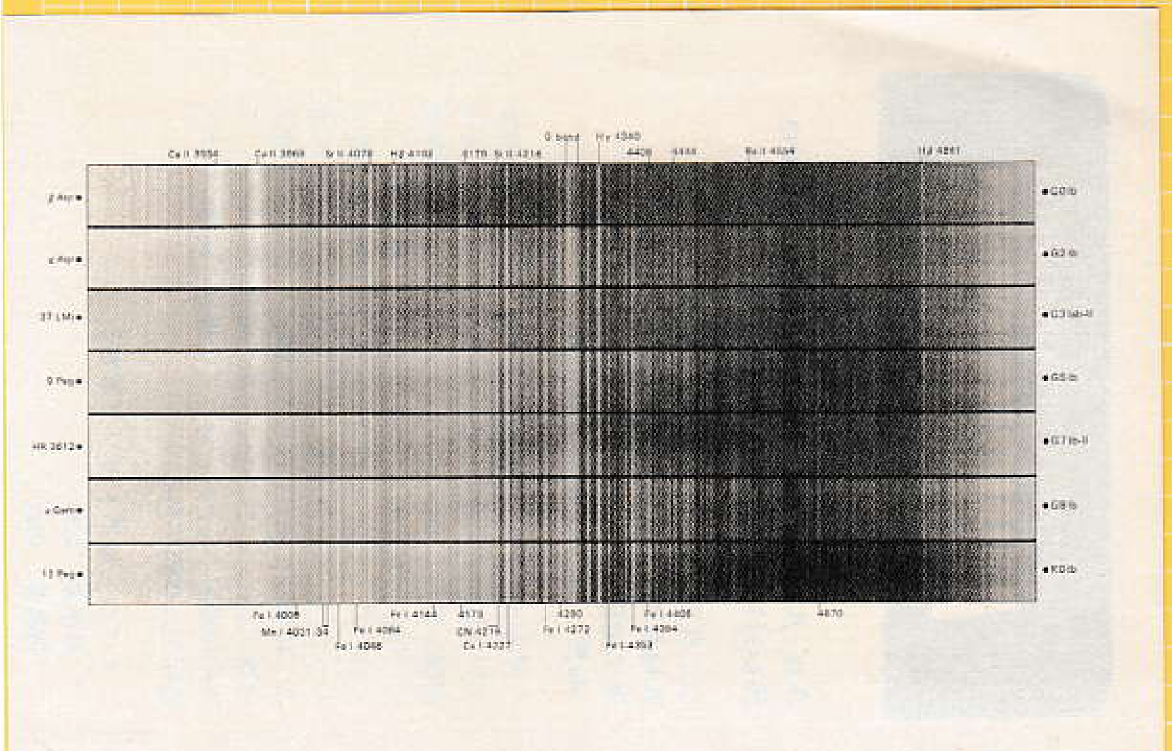
Stringanov & Sveutitskii (1968)

5.

Abt,Meiner,Morgan & Tabscott (1969)

Theme

Date



No.

Table 27. The most intense Fraunhofer lines from the Sun[1]

Wave-length (Å)	Equiv-alent width (m Å)	Element	Wave-length (Å)	Equiv-alent width (m Å)	Element	Wave-length (Å)	Equiv-alent width (m Å)	Element
2,795.4		Mg II	3,709.256	573	Fe I[2]	4,077.724	428	Sr II[2]
2,802.3		Mg II	3,719.947	1,664	Fe I	4,101.748	3,133	Hδ
2,851.6		Mg	3,734.874	3,027	Fe I	4,132.067	404	Fe I[2]
2,881.1		Si	3,737.141	1,071	Fe I	4,143.878	466	Fe I
3,067.262	663	Fe I[2]	3,745.574	1,202	Fe I[2]	4,167.277	200	Mg I
3,134.116	414	Ni I[2]	3,748.271	497	Fe I	4,202.040	326	Fe I
3,242.007	270	Ti II	3,749.495	1,907	Fe I	4,226.740	1,476	Ca I
3,247.569	246	Cu I	3,758.245	1,647	Fe I	4,235.949	385	Fe I[2]
3,336.689	416	Mg I	3,759.299	334	Ti II	4,250.130	342	Fe I[2]
3,414.779	816	Ni I	3,763.803	829	Fe I	4,250.797	400	Fe I[2]
3,433.579	492	Ni I[2]	3,767.204	820	Fe I	4,254.346	393	Cr I[2]
3,440.626	1,243	Fe I	3,787.891	512	Fe I	4,260.486	595	Fe I
3,441.019	634	Fe I	3,795.012	547	Fe I[2]	4,271.774	756	Fe I
3,443.884	655	Fe I	3,806.718	209	Fe I[2]	4,325.775	793	Fe I[2]
3,446.271	470	Ni I	3,815.851	1,272	Fe I	4,340.475	2,855	Hγ
3,458.467	656	Ni I	3,820.436	1,712	Fe I	4,383.557	1,008	Fe I
3,461.667	758	Ni I	3,825.891	1,519	Fe I	4,404.761	898	Fe I
3,475.457	622	Fe I	3,827.832	897	Fe I	4,415.135	417	Fe I[2]
3,476.712	465	Fe I[2]	3,829.365	874	Mg I	4,528.627	275	Fe I[2]
3,490.594	830	Fe I	3,832.310	1,685	Mg I	4,554.036	159	Ba II
3,492.975	826	Ni I	3,834.233	624	Fe I	4,703.003	326	Mg I
3,497.843	726	Fe I	3,838.302	1,920	Mg I	4,861.342	3,680	Hβ
3,510.327	489	Ni I	3,840.447	567	Fe I	4,891.502	312	Fe I
3,515.066	718	Ni I	3,841.058	517	Fe I[2]	4,920.514	471	Fe I[2]
3,521.270	381	Fe I	3,849.977	608	Fe I	4,957.613	696	Fe I[2]
3,524.536	1,271	Ni I	3,856.381	648	Fe I	5,167.327	935	Mg I[2]
3,554.937	404	Fe I	3,859.922	1,554	Fe I	5,172.698	1,259	Mg I
3,558.532	485	Fe I[2]	3,878.027	555	Fe I	5,183.619	1,584	Mg I
3,565.396	990	Fe I	3,886.294	920	Fe I	5,250.216	62	Fe I[3]
3,566.383	458	Ni I	3,899.719	436	Fe I	5,269.550	478	Fe I[2]
3,570.134	1,380	Fe I	3,902.956	530	Fe I[2]	5,328.051	375	Fe I
3,578.693	488	Cr I	3,905.532	816	Si I	5,528.418	293	Mg I
3,581.209	2,144	Fe I	3,920.269	341	Fe I	5,889.973	752	Na I (D_2)[2]
3,586.990	532	Fe I	3,922.923	414	Fe I[2]	5,895.940	564	Na I (D_1)
3,593.495	436	Cr I	3,927.933	187	Fe I	6,102.727	135	Ca I
3,608.869	1,046	Fe I	3,930.308	108	Fe I	6,122.226	222	Ca I
3,618.777	1,410	Fe I	3,933.682	20,253	Ca II[2]	6,162.180	222	Ca I
3,619.400	568	Ni I	3,944.016	488	Al I	6,302.499	83	Fe I[3]
3,631.475	1,364	Fe I[2]	3,961.535	621	Al I	6,562.808	4,020	Hα
3,647.851	970	Fe I[2]	3,968.492	15,467	Ca II[2]	8,498.062	1,470	Ca II
3,679.923	448	Fe I[2]	4,045.825	1,174	Fe I	8,542.144	3,670	Ca II
3,685.196	275	Ti II	4,063.605	787	Fe I[2]	8,662.170	2,600	Ca II
3,705.577	562	Fe I	4,071.749	723	Fe I	10,830		He I

[1] After MOORE, MINNAERT, and HOUTGAST (1966).
[2] Blended line.
[3] Magnetic sensitive line.

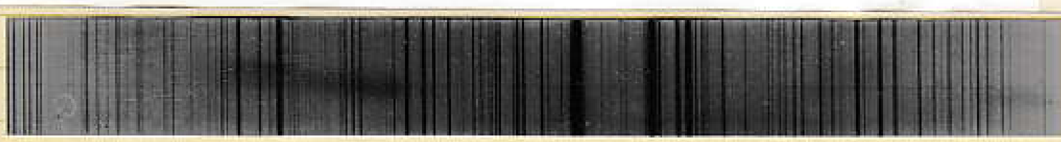


Table 28. The most intense emission lines from the Sun[1]

Ultraviolet emission lines from the corona, chromosphere, and the transition region between them[1]

Wavelength (Å)	Intensity at earth (erg cm^{-2} sec^{-1})	Element	Wavelength (Å)	Intensity at earth (erg cm^{-2} sec^{-1})	Element	Wavelength (Å)	Intensity at earth (erg cm^{-2} sec^{-1})	Element
284.2	0.017	Fe XV	625	0.011	MgX	1,037.6	0.025	O VI
303.8	0.25	He II (Lyα)	629.7	0.045	O V	1,215.7	5.1	H I (Lyα)
335.0	0.012	Fe XVI	770.4	0.011	Ne VIII	1,548.2	0.11	C IV
361.7	0.005	Fe XVI	787.7	0.008	O IV	1,550.8	0.06	C IV
368.1	0.031	Mg IX	790.1	0.003	O IV	1,561.4	0.09	C I
465.2	0.005	Ne VII	832–835	0.013	O II, III	1,640.5	0.07	He II
499.3	0.006	Si XII	810–911	0.28	H I (Lyα)	1,657.0	0.16	C I
554	0.009	O IV	977.0	0.050	C III	1,808.0	0.15	Si II
584.3	0.053	He I	1,025.72	0.060	H I (Lyβ)	1,817.4	0.45	Si II
609.8	0.011	MgX	1,031.9	0.020	O VI	1,892.0	0.10	Si III

Chromospheric emission lines observed during solar eclipse[2]

Wavelength (Å)	Integrated intensity at Sun (10^{11} erg sec^{-1} cm^{-1} ster^{-1})	Element	Wavelength (Å)	Integrated intensity at Sun (10^{11} erg sec^{-1} cm^{-1} ster^{-1})	Element	Wavelength (Å)	Integrated intensity at Sun (10^{11} erg sec^{-1} cm^{-1} ster^{-1})	Element
3,685.196	90	Ti II	3,835.39	228	H I (H9)	4,861.342	1,632	H I (Hβ)
3,691.56	29	H I (H18)	3,838.302	60	Mg I	5,015.67	6	He I
3,697.15	35	H I (H17)	3,889.05	381	H I (H8)	5,183.619	65	Mg I
3,703.86	43	H I (H16)	3,933.66	818	Ca II	5,875.65	994	He I (D3)
3,711.97	53	H I (H15)	3,968.47	615	Ca II	6,562.808	4,738	H I (Hα)
3,721.94	73	H I (H14)	3,970.076	306	H I (Hε)	7,065.18	138	He I
3,734.37	99	H I (H13)	4,026.36	24	He I	7,771.954	91	O I
3,750.15	108	H I (H12)	4,077.724	75	Sr II	7,774.177	75	O I
3,759.299	90	Ti II	4,101.748	459	H I (Hδ)	7,775.395	53	O I
3,761.320	82	Ti II	4,215.539	51	Sr II	8,498.02	512	Ca II
3,770.63	116	H I (H11)	4,226.740	22	Ca I	8,542.09	1,362	Ca II
3,797.90	157	H I (H10)	4,246.837	18	Sc II	8,545.38	23	H I (P15)
3,819.61	5	He I	4,340.425	505	H I (Hγ)	8,598.39	26	H I (P14)
3,820.436	14	Fe I	4,471.69	121	He I	8,662.14	1,181	Ca II
3,829.365	20	Mg I	4,685.68	2	He I	8,665.02	34	H I (P13)
3,832.310	46	Mg I	4,713.14	9	He I	8,750.47	46	H I (P12)

Coronal emission lines[3]

Wavelength (Å)	Equivalent width (m Å)	Element	Wavelength (Å)	Equivalent width (m Å)	Element	Wavelength (Å)	Equivalent width (m Å)	Element
3,329	0.7	Ca XII	4,232.0	1.1	Ni XII	6,374.5	5	FeX
3,388.0	10	Fe XIII	4,256.4	0.1	K XI	6,701.9	1.2	NiXV
3,534.0	1	V X	4,351.0	0.1	CoXV	6,740	0.1	K XIV
3,600.9	1.3	Ni XVI	4,412.4	0.3	Ar XIV	7,059.6	0.8	FeXV
3,642.8	0.4	Ni XIII	4,566.6	0.5	Cr IX	7,891.9	6	FeXI
3,685	0.2	MnXII	5,116.0	0.8	Ni XIII	8,024.2	0.3	NiXV
3,800.7	0.5	Co XII	5,302.9	20	Fe XIV	10,776.8	50	FeXIII
3,987.1	0.7	Fe XI	5,445.5	0.2	CaXV	10,797.9	30	FeXIII
3,998	0.1	Cr XI	5,536	0.3	Ar X			
4,086.5	0.4	Ca XIII	5,094.5	0.3	CaXV			

[1] After HINTEREGGER (1965) by permission of the D. Reidel Publ. Co.
[2] After DUNN *et. al.* (1968) by permission of the American Astronomical Society and the University of Chicago Press.
[3] After ALLEN (1963) by permission of the Athlone Press—University of London.

Chapter 9

線吸収係数

LINE ABSORPTION COEFFICIENT

§1．輻射の量子論 THE QUANTUM THEORY OF RADIATION

量子論によれば、原子が高準位から低準位に遷移する時に、そのエネルギー差が輻射として放出され、逆に原子はそのような輻射を吸収して低準位から高準位へ遷移する。このような物質と輻射の相互作用はアインシュタインEINSTEINの遷移確立TRANSITION PROBABILITY, UBERGANGSWAHRSCHEINLICHKEITを用いて量的に議論することができる。

1．自発放出 SPONTANEOUS EMISSION

励起準位mにある原子は、エネルギー差

$$E_m - E_n = h\nu_{mn} \qquad (1)$$

に対応する振動数ν_{mn}の光子を放出して自発的に（外部からの作用なく）dt時間内に低準位nに遷移しようとする有限な確率$A_{mn}dt$を持つ。ある時刻にm準位に1cc当り、N_m 個の原子がある（m準位の停在数OCCUPATIONがN_m である）とすれば、このような遷移の起こる回数は単位時間（$dt=1$；毎秒）につき

$$A_{mn}N_m \qquad (2)$$

であり、従って1cc当り、毎秒放出される輻射エネルギーは、この回数に光子のエネルギー$h\nu_{mn}$を掛けて、$A_{mn}N_m h\nu_{mn}$ である。

例えば、何らかの理由（輻射の吸収や衝突による励起、連続部からの再結合など）により、ある時刻にm準位の停在数 $N_m = 10^8$ であり、m→n遷移に対する遷移確率 $A_{mn} = 10^9$ であるとすれば、1cc当り毎秒放出される光子の数は10^{17}である。若し、m準位から下向きの許容遷移 PERMITTED TRANSITION がこのm→n遷移以外にないとすれば、ある特定の原子はm準位に 10^{-9} 秒間しか留まらない割合になる。この時m準位の平均寿命 MEAN LIFETIMEが 10^{-9} 秒であるという。普通の原子に対して $A_{mn}=10^8\sim10^9$ sec^{-1} の程度の値である。極端に小さい A_{mn} を持つ遷移を禁制遷移 FORBIDDEN TRANSITIONという。

光子の放出は一般に等方的である。

2．吸収 ABSORPTION

原子が輻射場におかれている時、単位時間内に吸収過程n→mの起こる数は明らかに、その遷移の初期準位（低準位）nの停在数 N_nと、吸収すべき振動数ν_{mn}の輻射の強度I_ν とに比例する。すなわち、1cc当り毎秒の吸収遷移の数は

$B_{nm}N_n I_\nu$ (3)

と置くことができる。これに光子のエネルギー $h\nu_{mn}$ を掛けて、1cc当り毎秒吸収される輻射エネルギーは $B_{nm}N_n I_\nu\ h\nu_{mn}$ である。

3．刺激放出 STIMULATED EMISSION（負吸収NEGATIVE ABSORPTION）

原子が励起準位mにある時、遷移m→nに対応する振動数 ν_{mn} の輻射にさらされると、この原子はその入射光子と同じ方向に光子放出を誘発されて低準位nに落ちる。1cc当り毎秒の遷移の数は

$B_{mn}N_m I_\nu$ (4)

と書くことができる。この放出は、自発放出のように等方的ではなく、入射輻射と同じ方向に輻射放出が誘発されるので、このため刺激放出というよりも負吸収NEGATIVE ABSORPTION と言うのがふさわしい。

4．相互関係 INTERRELATION

上記の A_{mn}, B_{nm}, B_{mn} は何れもアインシュタインEINSTEINの遷移確率（係数）と呼ばれ、各原子の各遷移について固有の常数である。種々の原子の遷移について実験的な測定や理論的な計算がなされているが、まだ多くの必要な遷移についての値が判かっていない。

これらの3つの確率は互いに独立なものではない。相互関係を知るために熱力学的平衡の状態を考えると、微細平衡の原理によりm→n遷移の数と逆のn→m遷移の数とは釣り合うはずだから

$$N_m(A_{mn}+B_{mn}I_\nu)=B_{nm}I_\nu N_n \quad (5)$$

所が熱力学的平衡状態では原子の各準位の停在数 N_m, N_n の間にはボルツマンBOLTZMANN の関係

$$\begin{aligned} N_m/N_n &= (g_m/g_n)\exp\{-(E_m-E_n)/kT\} \\ &= (g_m/g_n)\exp(h\nu_{mn}/kT) \end{aligned} \quad (6)$$

が成立つはずだから、(6)を(5)に代入して I_ν で解けば

$$I_\nu=(A_{mn}/B_{mn})\{(g_n/g_m)(B_{nm}/B_{mn})\exp(-h\nu_{mn}/kT)-1\}^{-1} \quad (7)$$

また、この場合強度 I_ν は温度Tのプランク輻射の強度

$$B_\nu(T)=(2h\nu^3/c^2)\{\exp(h\nu_{mn}/kT)-1\}^{-1} \quad (8)$$

に等しくなければならないので、(7)と(8)の比較から

$$A_{mn}/B_{mn}=2h\nu^3/c^2, \quad (g_n/g_m)(B_{nm}/B_{mn})=1$$

でなければならない。整理すれば、アインシュタイン遷移確率間の関係として

$$g_m B_{mn}=g_n B_{nm}$$

$$A_{mn}=(2h\nu^3/c^2)B_{mn}=(2h\nu^3/c^2)(g_n/g_m)B_{nm} \quad (9)$$

が得られる。

§2．線吸収係数LINE ABSORPTION COEFFICIENT、輻射減衰RADIATION DAMPING

スペクトル中の吸収線がどのようにして作られるかを調べるには、線吸収係数 α_ν に寄与する原子過程を決めなければならない。それぞれの状況の物理学によって、この α_ν は真の吸収係数 ℓ_ν であったり、散乱係数 σ_ν であったりする。つまりわれわれは、ここでは吸収係数 α_ν で原子によって『吸収』されることが問題であって、『吸収』された原子の行方については問題にしないということである。

まず、輻射減衰RADIATION DAMPING について考えよう。励起準位mにある原子の粒子密度 N_mの時間的変化を調べる。外部の輻射場がない時、 N_mの減少はmより低いすべての準位への自発遷移確率の和に比例する：

$$dN_m/dt=-N_m\Sigma_n A_{mn}=-N_m\gamma_m \tag{1}$$

但し

$$\gamma_m=\Sigma_n A_{mn} \tag{2}$$

で、Σ_n はmより低いすべての準位n（<m）についての和を表わす。(1)を積分すれば、

$$N_m=N_m^0\exp(-\gamma_m t) \tag{3}$$

となる。N_m^0 はN_m の初期値（$t=0$）である。(3)式のγ_m は N_mが時間tとともに減少してゆく緩急の度合を表わすので減衰常数DAMPING CONSTANTと呼ぶ。また、これはm準位にある原子の平均寿命MEAN LIFETIME T_m の逆数に等しく

$$\gamma_m=\Sigma_n A_{mn}=1/T_m \tag{4}$$

（証明）：最初 N_m^0個あった原子の中で、m準位に時間（$t, t+dt$）の寿命を持つ原子の割合は(3)式により

$$-dN_m/N_m^0=\exp(-\gamma_m t)\gamma_m dt \tag{5}$$

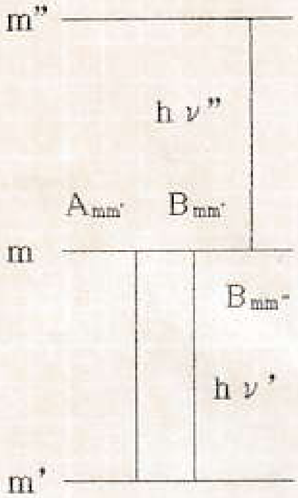
従って、平均寿命は

$$T_m=-\int_0^\infty t\cdot dN_m/N_m^0=\int_0^\infty t\cdot\exp(-\gamma_m t)\cdot\gamma_m dt=1/\gamma_m$$

A_{mn}の判かっている遷移については(4)式により純粋輻射減衰による寿命を求めることができる。

高温大気中の原子では外部の輻射場 I_ν が大きくなり、m準位の原子は<u>自発遷移</u>だけでなく<u>負吸収</u>によっても低準位に遷移し、また<u>吸収</u>によって高準位（励起、さらに電離）に遷移して減少するから、それらを考慮すると γ_mは一般に

$$\gamma_m = 1/T_m = \Sigma_{m'(<m)} A_{mm'} + \Sigma_{m'(<m)} B_{mm'} I_{\nu'} + \Sigma_{m''(>m)} B_{mm''} I_{\nu''} \qquad (6)$$



であるが、天体物理学の応用では輻射場が希釈されていて、右辺の第１項だけ採ればよい場合が多い。（つまり（2)式）。

励起ポテンシャルE_m の励起準位mは、$T_m = 1/\gamma_m = 1/\Sigma_n A_{mn}$ の平均寿命しか持たないので、この準位のエネルギーの測定は $\Delta t \sim T_m$程度の時間内に限られる。このような場合、ハイゼンベルク$_{\text{HEISENBERG}}$ の不確定性原理$_{\text{UNCERTAINTY RELATION}}$によって、この準位のエネルギー値 E_mは

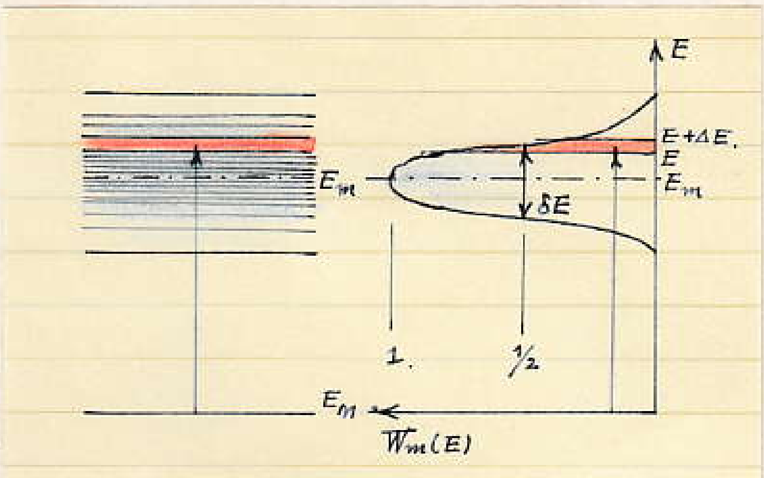
$$\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar \qquad (\hbar = h/2\pi) \qquad (7)$$

で決る不確かさ ΔEを伴う。すなわち、m準位はそのエネルギー値が E_mのシャープなものではなく

$$\Delta E \sim \hbar/\Delta t \sim \hbar/T_m \sim \hbar\gamma_m \qquad (8)$$

程度の幅を持つぼんやりしたものである。ただ基底準位だけは、ここからの自発遷移がないために寿命は極めて長く $\gamma_m \sim 0$, $\Delta E \sim 0$ であって、準位はシャープである。

1．共鳴線 RESONANCE LINES



一般の遷移は、拡がりを持つ準位相互で起こるが、まず拡がりを持たない基底準位nと拡がりを持つ励起準位mとの間に生ずる吸収線を考える。このような吸収線を共鳴線と言う。例えば、Na Ⅰの D線などの場合である。

励起準位mの電子は中心エネルギーE_m の上下に確率分布をしており、それらが（E,E＋dE）のエネルギー値を持つ確率はディラック DIRAC の輻射論に基づくウィグナー WIGNER とヴァイスコッフ WEISSKOPF の式

$$W_m(E)\,dE=(\gamma_m/4\pi^2 h)[\{(E-E_m)/h\}^2+\{\gamma_m/4\pi\}^2]^{-1}\,dE \qquad (9)$$

で与えられる。この関数の半値幅 HALF-WIDTH δEを求めるには

$$\{(E-E_m)/h\}^2=\{\gamma_m/4\pi\}^2$$

と置き、

$$E-E_m=(h/4\pi)\,\gamma_m \qquad (10)$$

すなわち、中心E_m からこれだけ隔たったEで関数$W_m(E)$は高さが中心での$\frac{1}{2}$に落ちる。半値幅はこの2倍だから

$$\delta E=(h/2\pi)\,\gamma_m=\hbar\gamma_m \qquad (11)$$

の拡がりである。これは不確定性原理で予想されるもの(8)に等しい。

吸収線の遷移はこのようにE_m を中心にして、まわりに$W_m(E)$の分布で拡がった準位の種々の部分へ励起されることで起こるので、観測されるスペクトル線は、振動数$\nu_m=E_m/h$ （従って波長$\lambda_m=c/\nu_m$）の鋭い線ではなく、ν_m（従ってλ_m）を中心としてある幅を持つことになる。νについての分布は(9)式をE＝hνでνの分布に変換し

$$W_m(\nu)\,d\nu=(\gamma_m/4\pi^2)\{(\nu-\nu_m)^2+(\gamma_m/4\pi)^2\}^{-1}\,d\nu \qquad (12)$$

この関数の半値幅は

$$\delta\nu=\gamma_m/2\pi \qquad (13)$$

である。この準位から基底準位への遷移確率を A_{m1} とすれば、$\gamma_m\sim A_{m1}$ の程度であり、普通の遷移で $A_{mn}\sim10^9\ \mathrm{sec}^{-1}$程度であるから、このエネルギー幅は波長で表わせば $\delta\lambda=\lambda^2\cdot\delta\nu/c$ により $\delta\lambda=10^{-3}\sim10^{-4}$Å程度の狭いものである。

吸収線内の波長域で強度一定と見なせる連続輻射 I_ν の場に原子がある時、この輻射を吸収して電子が拡がったm準位の（E，E＋dE）のエネルギー状態へ励起される確率は、原子１個当り、毎秒

$$B_{nm} I_\nu W_m(\nu) d\nu$$

で、この遷移１回につきエネルギー $h\nu$ が吸収されるから、原子１個当り、毎秒吸収されるエネルギー量は

$$h\nu B_{nm} I_\nu W_m(\nu) d\nu$$

である。輻射が１方向（単位立体角）だけから入射する時、4π で割り

$$(h\nu/4\pi) B_{nm} I_\nu W_m(\nu) d\nu$$

となる。原子吸収係数 α_ν はこの吸収量を $\alpha_\nu I_\nu d\nu$ と置いたものである。従って、α_ν は

$$\alpha_\nu = (h\nu/4\pi) B_{nm} (\gamma_m/4\pi^2) \{(\nu-\nu_m)^2 + (\gamma_m/4\pi)^2\}^{-1} \quad (14)$$

で与えられる。

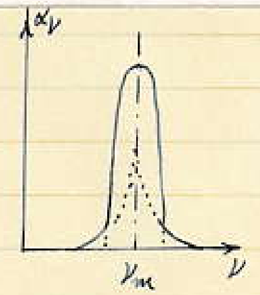
(14)式の α_ν を見ると、これは幅 10^{-4} Å 程度の狭い中心部

$$\alpha_\nu = (h\nu/4\pi) B_{nm} (\gamma_m/4\pi^2)(\gamma_m/4\pi)^{-2} \text{ for } |\nu-\nu_m| \ll \gamma_m \quad (15)$$

と、吸収能の小さい

$$\alpha_\nu = (h\nu/4\pi) B_{nm} (\gamma_m/4\pi^2)(\nu-\nu_m)^{-2} \text{ for } |\nu-\nu_m| \gg \gamma_m \quad (16)$$

とから成り立っていることが判かる。前者を自然幅 NATURAL WIDTH、後者を翼部 WINGと言う。このように原子の吸収係数 α_ν は本来シャープなものではなく、狭いけれども有限な一定の幅を持っている。これを輻射減衰RADIATION DAMPING と言う。



2．副級線 SUBORDINATE LNES

一般の吸収線は、遷移の低準位 n も励起準位で拡がりを持っており、このような準位間の遷移で生ずる吸収線を副級線 SUBORDINATE LINESと言う。例えば水素の H I Balmer α線，Hα は副級線である。この場合の線吸収係数α_ν は共鳴線の場合の(14)式を次のように拡張して求められる。

m準位(半値幅$\gamma_m/2\pi$)のE_m 近くのエネルギーEと、n準位(半値幅$\gamma_n/2\pi$)のE_n 近くのエネルギーE'との間で光子$h\nu=E-E'\sim E_m-E_n$の吸収・放出を伴う電子の遷移を考える。この場合、遷移の初めおよび終りの両状態の準位のぼやけは、それぞれ基底準位との間で直接観測できるので、それぞれの確率分布 $W_m(E)dE$，$W_n(E')dE'$ は互いに独立に（無関係に）決められる。従って量子力学の一般原理に従って、古典的確率計算の独立事象の積法則を用いて、遷移確率が求められる。すなわち、$(E, E+dE)$，$(E', E'+dE')$ との間の遷移による光子$h\nu=E-E'$ の吸収の確率は

$$W_m(E)dE\cdot W_n(E')dE' \tag{17}$$

である。まずEの方を固定しておいて $|dE'|=hd\nu$ と置けば、単位振動数幅（$d\nu=1$）当りの光子吸収の全確率 $W_{mn}(\nu)$ は（全確率$\int_0^\infty W_{mn}(\nu)d\nu=1$と規格化して）dEについての積分

$$W_{mn}(\nu)=h\int_0^\infty W_m(E)\cdot W_n(E-h\nu)dE \tag{18}$$

で得られる。このような半値幅 $\gamma_m/2\pi$ および $\gamma_n/2\pi$ の2つの分散関数の積は、それらのフーリエFOURIER 変換 $\exp[-\{(\gamma_m+\gamma_n)/4\pi\}\cdot t\}$ を用いて計算できる。すると半値幅が$(\gamma_m+\gamma_n)/2\pi$ の、やはり分散関数

$$W_{mn}(\nu)=\{(\gamma_m+\gamma_n)/4\pi^2\}[\{\nu-\nu_{mn}\}^2+\{(\gamma_m+\gamma_n)/4\pi\}^2]^{-1} \tag{19}$$

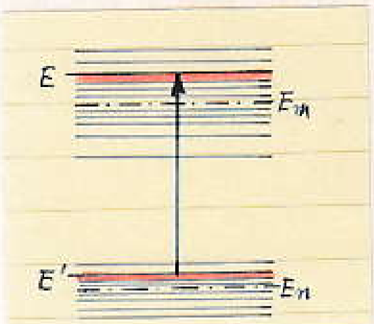
が得られる。ここでν_{mn}は考えている副級線の中心振動数である。これと(12)式との比較から、副級線の場合には、共鳴線の(14)～(16)式の代りに

$$\begin{aligned}\nu_m=E_m/h &\rightarrow \nu_{mn}=\nu_m-\nu_n=(E_m-E_n)/h\\ \gamma_m &\rightarrow \gamma_{mn}=\gamma_m+\gamma_n\end{aligned} \tag{20}$$

と置きかえればよいことが判かる。従ってα_ν の式は

$$\alpha_\nu=(h\nu/4\pi)B_{nm}(\gamma_{mn}/4\pi^2)[\{\nu-\nu_{mn}\}^2+\{\gamma_{mn}/4\pi\}^2]^{-1} \tag{21}$$

となる。



§3. ドプラー増幅 DOPPLER BROADENING

これまで輻射を吸収・放出する原子が静止している時の吸収係数を考えてきたが、熱運動や（非熱的）微乱流のため、各原子が視線速度を持てば、それらによる吸収の中心波長はドプラー効果DOPPLER EFFECTによって変位し、種々の視線速度を持つ原子の集合としての恒星の大気の吸収係数の輪郭PROFILE が拡がる。これをドプラー増幅DOPPLER BROADENINGと言う。

1. 熱運動 THERMAL MOTION

プラズマPLASMAの運動温度がTの時、原子量μの原子が熱運動によって視線速度（v_ℓ ,$v_\ell + dv_\ell$)を持つ個数 $dN= N(v_\ell)dv_\ell$ は、その原子総数Nに対してマクスウェル MAXWELLの速度分布の法則から

$$dN/N=\{N(v_\ell)/N\}dv_\ell = \pi^{-1/2}\exp\{-(v_\ell/v_0)^2\}dv_\ell/v_0 \qquad (1)$$

のようなガウス（誤差）関数 GAUSSIAN ERROR FUNCTIONとなる。ここで、v_0 はこの原子の最確速度 MOST PROBABLE SPEEDであり

$$\tfrac{1}{2}\mu H v_0^2=kT, \quad v_0=(2kT/\mu H)^{1/2} \qquad (2)$$

それはまた、この誤差関数の分散の目安になっている。この v_0をドプラー効果の法則で振動数あるいは波長の単位に換算したもの

$$\Delta\nu_D=(\nu_{mn}/c)v_0, \quad \Delta\lambda_D=(\lambda_{mn}/c)v_0 \qquad (3)$$

をドプラー幅 DOPPLER WIDTHと言う。例えば太陽大気で $T=5700$K とすれば、Fe 原子で、(2)式より $v_0=1.303$ km/s であり、波長 $\lambda_{mn}=3860$Å のFe線では、(3)式より $\Delta\lambda_D=0.017$Å である。

このような速度分布で視線速度 v_ℓ を持つ原子の吸収する吸収線の中心はドプラー効果で、もとのν_{mn}より

$$\delta\nu=(\nu_{mn}/c)v_\ell \qquad (4)$$

だけ変位して

$$\nu_{mn} \rightarrow \nu_{mn}+\delta\nu=\nu_{mn}(1+v_\ell/c) \qquad (5)$$

に移る。このように吸収中心のずれた原子の集合として、大気の吸収係数は自然幅（輻射減衰）にこのドップラー増幅が合成された輪郭を持つ。これを求めるには§2.(21)で得た静止原子の吸収係数α_ν の式でν_{mn}の代りに(5)式の置き換えを行い、これにそのような原子の相対量(1)を掛け、v_ℓ につき$(-\infty,+\infty)$で積分すればよい。すると原子1個当りの吸収係数として

$$\alpha_\nu=(h\nu/4\pi)B_{nm}(\gamma_{mn}/4\pi^2)\pi^{-1/2}$$
$$\times\int_{-\infty}^{\infty}《\exp\{-(v_\ell/v_0)^2\}/[\{\nu-\nu_{mn}(1+v_\ell/c)\}^2+(\gamma_{mn}/4\pi)^2]》$$
$$\times dv_\ell/v_0 \qquad (6)$$

が得られる。ここで

$$a=\gamma_{mn}/4\pi\cdot\Delta\nu_D \qquad (7)$$

$$v=(\nu-\nu_{mn})/\Delta\nu_D=\Delta\nu/\Delta\nu_D \tag{8}$$

$$y=v_\ell/v_0=\nu_{mn}v_\ell/c\Delta\nu_D \tag{9}$$

と置けば (6)式は次のようになる。

$$\alpha_\nu=(h\nu/4\pi)B_{nm}(\pi^{1/2}\Delta\nu_D)^{-1}H(a,v) \tag{10}$$

但し

$$H(a,v)=(a/\pi)\int_{-\infty}^{\infty}[\exp(-y^2)/\{a^2+(v-y)^2\}]dy$$
$$=\pi^{-1/2}\int_0^\infty \exp(-ay-y^2/4)\cdot\cos vy\cdot dy \tag{11}$$

である。H(a, v) はヒールティング関数Hierting function, 1938と呼ばれている。aは常に小さい量であるので、H(a, v) はテイラー展開されて

$$\alpha_\nu/\alpha_0=H_0(v)+aH_1(v)+a^2H_2(v)+\cdots \tag{12}$$

ここで

$$H_0(v)=\exp(-v^2)$$
$$H_1(v)=-(2/\pi^{1/2})\{1-2v\cdot\exp(-v^2)\int_0^v \exp(t^2)dt\} \tag{13}$$
$$H_2(v)=(1-2v^2)\exp(-v^2)$$

であり、Harris 1948, Ap. J., 108, 112, Finn & Mugglestone 1965, M. N., 129, 221, Hummer 1965, Mem. R. A. S., 70, 1 などによって表が作られている。

(11)式から、vの小さい吸収中心の近くでは積分への寄与は主にy～vの領域で生じ

$$H(a,v)\fallingdotseq(a/\pi)\exp(-v^2)\int_{-\infty}^{\infty}(a^2+y^2)^{-1}dy\sim\exp(-v^2) \tag{14}$$

また、vの大きい翼部では、積分への寄与は主にy≪vから生じ、分母の a^2が無視できて

$$H(a,v)\fallingdotseq(a/\pi)\int_{-\infty}^{\infty}\{\exp(-y^2)/v^2\}(1+2y/v)dy$$
$$=(a/\pi^{1/2})(1/v^2) \tag{15}$$

と近似できる。これらの両極端の近似の使える境目 v_cの値は、近似的に(14)と(15)を等置して

$$\exp(-v_c^2)=(a/\pi^{1/2})(1/v_c^2)$$

から得られる。普通現われる実際的な範囲 $a/\pi^{1/2}=10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}$ に対してこれを解けば $v_c=(\Delta\nu/\Delta\nu_D)_c=2.7, 3.0, 3.2$ が得られる。

☆ドプラー・コア DOPPLER CORE

即ち大ざっぱに言って、可視域スペクトルの普通の許容線に対して吸収係数は、線の中心から約 $3\Delta\nu_D$ までの範囲は (10), (14) から

$$\alpha_\nu=\alpha_0\exp\{-(\Delta\nu/\Delta\nu_D)^2\} \tag{16}$$

但し

$$\alpha_0=(h\nu/4\pi)\cdot B_{nm}(\pi^{1/2}\Delta\nu_D)^{-1} \tag{17}$$

のようにマクスウェル速度分布のドプラー効果の特徴であるガウシアンGaussian

になっており、この範囲をドプラー・コア$_{\text{Doppler core}}$と呼ぶ。吸収係数はこの範囲で、中心における値の $\exp(-v_c^2) \sim e^{-9} \sim 10^{-4}$（$v_c \sim 3$ で）倍に急激に減少し、それより外方では減少が緩やかになる。この大きい変化量から判るように吸収線coreを解析する場合、coreの形や強度は非常に広範囲にわたる深さの大気の条件を反映していることが理解できる。

☆減衰翼 DAMPING WING

これとは逆に、線のcore外の波長に対しては、線中央の非常に大きい原子吸収係数をそこまでドプラー効果でずらして寄与するほど高速で運動する原子（$v \sim 3v_0$）は非常に僅かで、線輪郭には僅かしか影響しない。(10)、(15)式より

$$\alpha_\nu = \alpha_w/(\Delta\nu)^2 \tag{18}$$

$$\alpha_w = (h\nu/4\pi)\cdot B_{nm}\cdot(\gamma_{mn}/4\pi^2) \tag{19}$$

となり、これは静止原子の吸収係数の輻射減衰による増幅、§2．(16)と全く同じ形になっており、減衰翼$_{\text{Damping wing}}$と呼ぶ。

ここで求めた原子吸収係数α_ν には、遷移の初期（低準位）状態nにある原子の数N_n が関与する。

古典電子論では、輻射を吸収・放出するのは振動子$_{\text{Oscillator}}$と見做される電子であって、この輻射振動子のエネルギーの時間的な減衰を表わす減衰常数γ_{mn}は

$$\gamma_{mn} = 8\pi^2 e^2 \nu_{mn}^2 / 3mc^3 \tag{20}$$

と求められる。e，mはそれぞれ電子の荷電と質量である。吸収係数も上記のものと似た形が導かれるが、ただ係数が量子論によるもの

$$(h\nu/4\pi)\cdot B_{nm}\cdot N_n$$

の代りに、古典論では

$$(\pi e^2/mc)\cdot N$$

となる。ここでNは古典論における振動子の数である。両者を接続するために

$$N = N_{mn} = N_m f_{nm}$$

従って

$$(\pi e^2/mc)\cdot f_{nm} = (h\nu/4\pi)\cdot B_{nm}$$

$$f_{nm} = (mch\nu/4\pi^2 e^2) B_{nm}$$

あるいは

$$f_{nm} = (mc^3/8\pi^2 e^2 \nu^2)(g_m/g_n)\cdot A_{mn}$$

$$= 1.499\times10^{-16}\lambda^2(g_m/g_n)\cdot A_{mn} \tag{21}$$

の関係にあるf_{nm}を導入し、これを振動子強度$_{\text{Oscillator strength}}$ と言う。このことからf_{nm}は遷移確立の別な表現とも見做され、しばしば、$g_n f_{nm}$ が表示

される。このf_{nm}を用いて (16), (18) のα_ν は次のようにも書ける。

Doppler core：

$$\alpha_\nu = (\pi^{1/2} e^2/mc)(\Delta\nu_D)^{-1} f_{nm}\cdot\exp\{-(\Delta\nu/\Delta\nu_D)^2\}$$
$$= (\pi^{1/2} e^2/mc^2)(\lambda_{mn}{}^2/\Delta\lambda_D) f_{nm}\cdot\exp\{-(\Delta\lambda/\Delta\lambda_D)^2\} \quad (22)$$

Damping wing：

$$\alpha_\nu = (e^2\gamma_{mn}/4\pi mc)\cdot f_{nm}\cdot(\Delta\nu)^{-2}$$
$$= (e^2\gamma_{mn}\lambda_{mn}{}^4/4\pi mc^3)\cdot f_{nm}\cdot(\Delta\lambda)^{-2} \quad (23)$$

特に、吸収線の中心における吸収係数 α_0 は Doppler core (22) のみを考えて $\nu=\nu_{mn}$ 即ち $\Delta\nu=0$, $\Delta\lambda=0$ と置けば

$$\alpha_0 = (\pi^{1/2} e^2/mc)(\Delta\nu_D)^{-1}\cdot f_{nm}$$
$$= (\pi^{1/2} e^2/mc^2)(\lambda_{mn}{}^2/\Delta\lambda_D)\cdot f_{nm}$$
$$= (\pi^{1/2} e^2/m)(v_0\nu_{mn})^{-1}\cdot f_{nm}$$
$$= (\pi^{1/2} e^2/mc)(\lambda_{mn}/v_0)\cdot f_{nm} \quad (24)$$

などと表わされている。

Merging of Balmer lines due to line broadening (Inglis and Teller formula with constants from [7, 8])

$$\log N_e = 22.7 - 7.5 \log n_m$$

where N_e is the electron density in cm^{-3}, and n_m is the principal quantum number of the last resolved line.

Profiles of H lines

Hydrogen line profiles are associated with Holtsmark broadening which is proportional to $N_e^{2/3}$. Profiles S(α) of emission or absorption are given for the Balmer lines. The displacements from the line centre are

$$\Delta\lambda = \alpha F_0 \text{ Å} = \alpha \times 1.25 \times 10^{-9} N_e^{2/3} \text{ Å}.$$

For each line S(α) is normalized by $\int S(\alpha)\, d\alpha = 1$. There are secondary but not negligible variations of $S(\alpha)$ depending on T and gross variations of N_e [4, 5, 6].

$S(\alpha)$ for Balmer lines

Line	α							
	0.00	0.01	0.02	0.05	0.10	0.2	0.5	1.0
Hα	19	11	6	2.4	0.8	0.16	0.016	0.003
Hβ	1.8	3.3	5.1	4.6	1.7	0.35	0.03	0.005
Hγ	4.5	3.9	3.1	2.4	1.8	0.6	0.08	0.014
Hδ	1.6	1.9	2.0	2.1	1.6	0.8	0.12	0.022

[1] *A.Q.* 1, § 31; 2, § 32.
[2] S. F. Panter and J. S. Foster, *Proc. Roy. Soc.*, 162, 336, 1937.
[3] A. Unsöld, *Phys. Sternatmosphären*, 2nd ed., p. 309, Springer, 1955.
[4] H. R. Griem, *Plasma Spectroscopy*, p. 447, McGraw-Hill, 1964.
[5] P. Kepple and H. R. Griem, *Phys. Rev.*, 173, 317, 1968.
[6] C. R. Vidal, Cooper, Smith, *J.Q.S.R.T.*, 11, 263, 1971.
[7] L. H. Aller, *Gaseous Nebulae*, p. 216, Chapman and Hall, 1956.
[8] L. N. Kurochka and L. B. Maslennikova, *Sol. Phys.*, 11, 33, 1970.

§ 34. Line Broadening

The total width B of a spectrum line at half its maximum intensity (the whole $-\frac{1}{2}-$ width) may be obtained by combining the contributing factors, doppler, collision, instrumental, etc. For this purpose it is convenient to resolve each factor into, (i) a Gaussian term with half$-(1/e)-$width g in the intensity expression $\exp(-x^2/g^2)$, and (ii) a Lorentz damping term with half$-\frac{1}{2}-$width d in the expression $1/(1+x^2/d^2)$. The resolution can be made by selecting values d/b, d/g, etc. to fit the tabulated Voigt profiles [1, 2]. b is the whole$-\frac{1}{2}-$width of the broadening factor.

Voigt profile parameters [1, 2]

d/b	$a = d/g$	g/b	g^2/b^2	p
0.00	0.000	0.601	0.361	1.064
0.05	0.088	0.568	0.322	1.108
0.10	0.188	0.533	0.284	1.154
0.15	0.302	0.497	0.247	1.201
0.20	0.435	0.459	0.210	1.251
0.25	0.599	0.417	0.174	1.302
0.30	0.807	0.372	0.138	1.354
0.35	1.086	0.322	0.104	1.408
0.40	1.53	0.262	0.069	1.462
0.45	2.41	0.187	0.035	1.517
0.48	4.1	0.117	0.014	1.548
0.50	∞	0.000	0.000	1.571

The method of combining components becomes

$$b \simeq (d^2+2.80g^2)^{1/2}+d \quad (\pm 0.8\%) \qquad B \simeq (D^2+2.80G^2)^{1/2}+D$$
$$G = (g_1^2+g_2^2+\cdots)^{1/2} \qquad D = d_1+d_2+\cdots$$

Area under intensity curve (of unit central intensity) $= pB$ (or pb for components)

Voigt profile width in terms of whole $-\frac{1}{2}-$ *width*

$\frac{d}{b}$	Ordinates in terms of central ordinate											
	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
0.00	0.39	0.57	0.72	0.86	1.00	1.15	1.32	1.52	1.82	2.08	2.38	2.58
0.05	0.39	0.56	0.71	0.86	1.00	1.15	1.33	1.54	1.87	2.19	2.64	3.11
0.10	0.39	0.56	0.71	0.85	1.00	1.16	1.34	1.57	1.94	2.33	3.08	4.05
0.15	0.38	0.56	0.71	0.85	1.00	1.16	1.35	1.60	2.02	2.52	3.61	4.93
0.20	0.38	0.55	0.71	0.85	1.00	1.16	1.36	1.63	2.12	2.75	4.16	5.71
0.25	0.37	0.55	0.70	0.85	1.00	1.17	1.38	1.67	2.24	3.02	4.64	6.50
0.30	0.37	0.54	0.69	0.84	1.00	1.18	1.40	1.73	2.37	3.29	5.13	7.22
0.35	0.36	0.54	0.69	0.84	1.00	1.19	1.42	1.78	2.51	3.55	5.60	7.88
0.40	0.36	0.53	0.68	0.83	1.00	1.20	1.45	1.85	2.68	3.82	6.07	8.60
0.45	0.35	0.52	0.67	0.83	1.00	1.21	1.49	1.92	2.84	4.09	6.53	9.27
0.48	0.34	0.51	0.66	0.82	1.00	1.21	1.51	1.97	2.93	4.23	6.82	9.70
0.50	0.33	0.50	0.65	0.82	1.00	1.22	1.53	2.00	3.00	4.36	7.00	9.95

When (d/g) and therefore (d/b) are small, as is normally the case for stellar spectra, the Voigt profiles are more suitably expressed [5] in terms of $a = (d/g)$ in the form

$$I_x/I_0 = H_0(u)+aH_1(u)+a^2H_2(u)+a^3H_3(u)+\cdots$$

where x is the spectral shift from the line centre in the same units as g, d, etc., $u = x/g$, I_x and I_0 are line intensities at the point x and a fictitious value at $x = 0$. The actual central intensity is

$$I_c = \pi^{1/2} I_0 G/pB$$

The H function for Voigt profiles

u	$H_0(u)$	$H_1(u)$	$H_2(u)$	$H_3(u)$
0.0	+1.000	−1.128	+1.000	−0.752
0.2	+0.961	−1.040	+0.884	−0.637
0.4	+0.852	−0.803	+0.580	−0.342
0.6	+0.698	−0.486	+0.195	+0.007
0.8	+0.527	−0.168	−0.148	+0.280
1.0	+0.368	+0.086	−0.368	+0.405
1.2	+0.237	+0.245	−0.445	+0.386
1.4	+0.1408	+0.318	−0.411	+0.280
1.6	+0.0773	+0.316	−0.318	+0.153
1.8	+0.0392	+0.280	−0.215	+0.051
2.0	+0.0183	+0.232	−0.128	−0.010
2.5	+0.0019	+0.130	−0.022	−0.036
3.0	+0.0001	+0.079	−0.002	−0.017
3.5	+0.0000	+0.0534	−0.0001	−0.0068
4.0	0.0000	+0.0392	0.0000	−0.0033
5.0	0.0000	+0.0241	0.0000	−0.0011
6.0	0.0000	+0.0165	0.0000	−0.0005
7.0	0.0000	+0.0119	0.0000	−0.0002
8.0	0.0000	+0.0090	0.0000	−0.0002
10.0	0.0000	+0.0057	0.0000	−0.0001
12.0	0.0000	+0.0040	0.0000	−0.0000

Gaussian and damping components

Resolving pattern of a perfect spectrograph $g \simeq 0.43l$ $d \simeq 0.14l$

where l is resolving distance (maximum to first minimum)

Effect of slit width s $g \simeq 0.41\,s$ $d = 0$

Thermal doppler broadening $g = \dfrac{\lambda}{c}\left(\dfrac{2kT}{m}\right)^{1/2}$ $d = 0$

where g is in the wavelength units, and m = atomic mass

Collision damping $g = 0$ $d = 1/2\pi\tau$

where d is in frequency units and τ = mean free time between collisions.

Radiation damping $g = 0$ $d = \gamma/4\pi$

where d is in frequency units and γ = damping constant (§ 26).

Classical radiation damping $g = 0$ $d = 5.901 \times 10^{-5}$ Å

where d becomes constant when expressed in Å

Holtsmark distribution function $W(\beta)$ [6] $g \simeq 3.0$ $d \simeq 0.61$

in units of β. β is the linear Stark effect displacement of a spectrum line caused by ionic fields in terms of the displacement due to an ion at mean distance $r_0 = (3/4\pi N_1)^{1/3}$ where N_1 is the ion density.

Collision broadening

The frequency change associated with a collision takes the form

$$\Delta\nu = C_n/r^n$$

where C_n is a constant and r the distance from the disturbing particle.

$$\gamma_{col} = \text{collision damping constant} = 2/\tau$$
$$\tau = \text{mean time between collisions}$$
$$v = \text{mean relative speed of disturbing particles}$$
$$= \{(8kT/\pi)(1/m_a + 1/m_b)\}^{1/2}$$

$n = 4$: The quadratic Stark effect

$$\gamma_{col} = 2/\tau = 39\ C_4^{2/3} v^{1/3} N_e$$

where N_e = electron (or ion) density.

$C_4 = 6.2 \times 10^{-14} \times$ displacement in cm^{-1} for 100 kV/cm field.

$n = 6$: The van der Waals forces [7]

$$\gamma_{col} = 2/\tau = 17\ C_6^{2/5} v^{3/5} N_H$$

where N_H = neutral H atom density

$C_6 = 6.46 \times 10^{-34}\ \Delta\overline{r^2}$

$\Delta\overline{r^2}$ = difference of upper and lower level values of $\overline{r^2}$ the mean square radius (in atomic units, a_0^2)

$$\overline{r^2} \simeq \frac{n^{*2}}{2Y^2}\{5n^{*2} + 1 - 3l(l+1)\}, \quad [8]$$

l as in § 23, $(n^*)^2 = 13.6\ Y^2/(\chi - W)$,

$(\chi - W)$ = energy in eV required to ionize the excited level, Y = ionization stage.

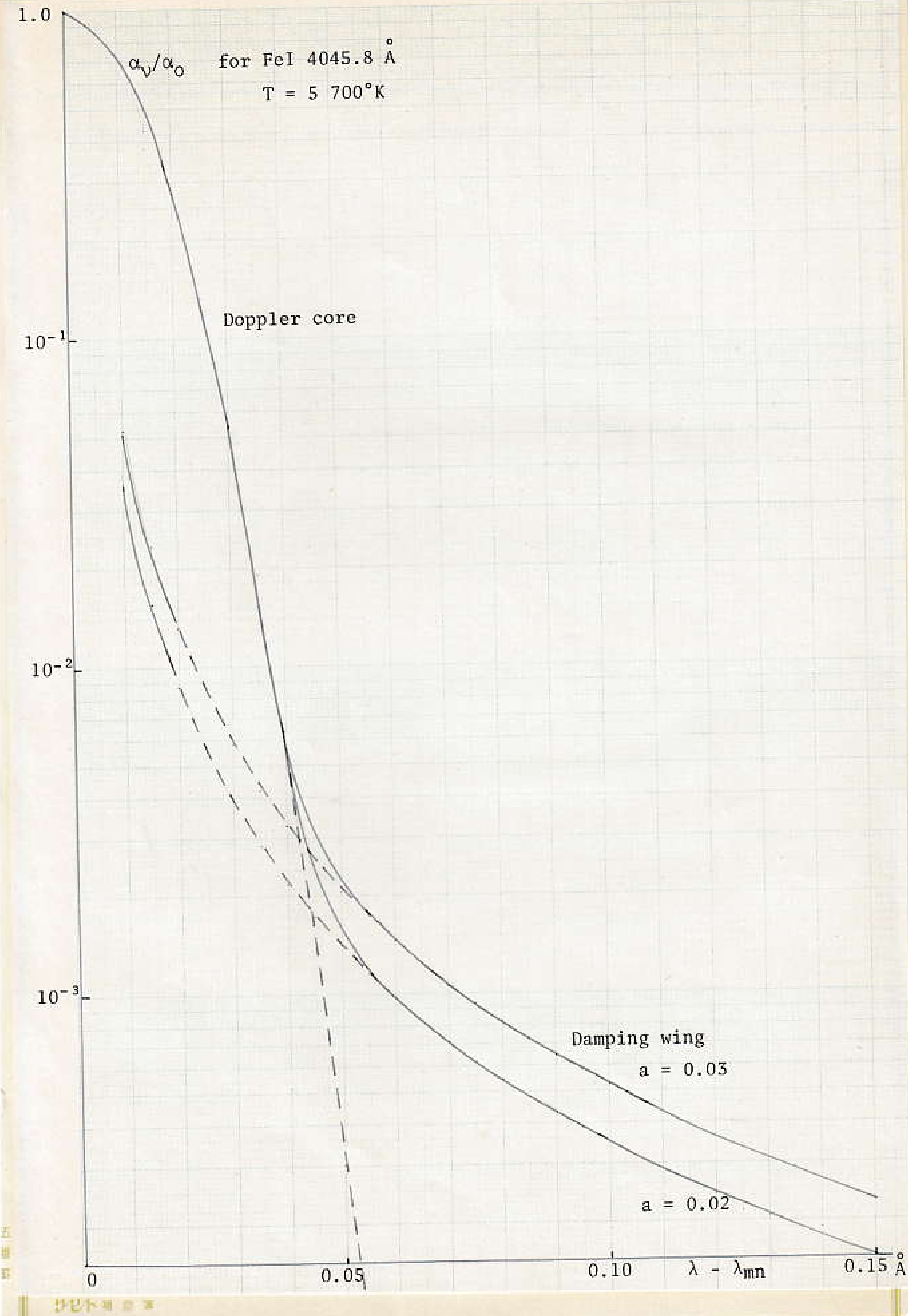
Numerically

$$\log \gamma_6 = -9.53 + 0.40 \log \Delta\overline{r^2} + \log N_H + 0.30 \log T$$

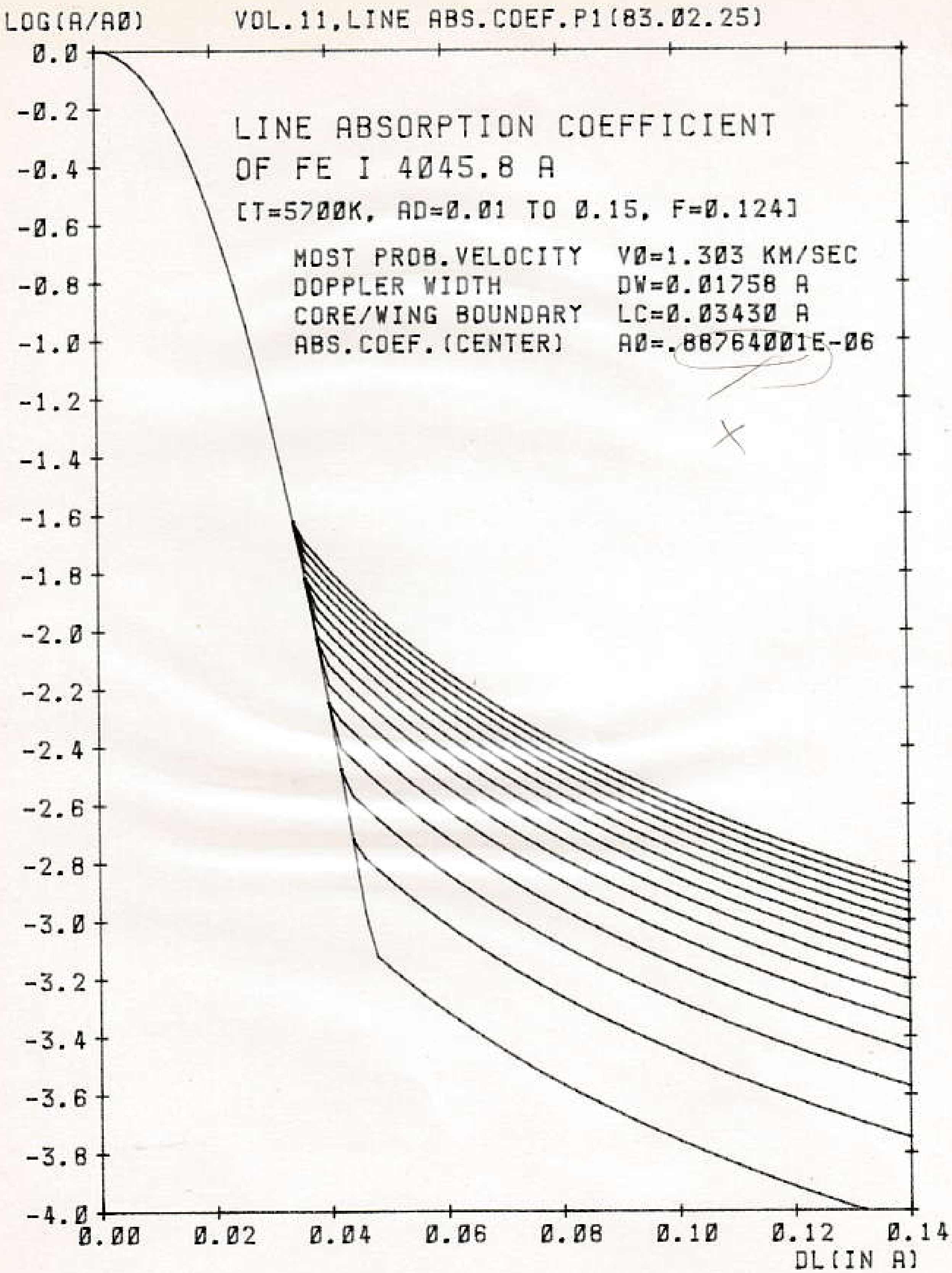
[1] *A.Q.* 1, § 32; 2, § 33.
[2] J. T. Davies and J. M. Vaughan, *Ap. J.*, **137**, 1302, 1963.
[3] G. D. Finn and D. Mugglestone, *M.N.*, **129**, 222, 1965.
[4] D. G. Hummer, *J.I.L.A. Report* 24, Boulder, 1964.
[5] D. L. Harris, *Ap. J.*, **108**, 112, 1948.
[6] K.-H. Böhm, *Stellar Atmospheres*, ed. Greenstein, p. 88, 131, Chicago, 1961.
[7] A. Unsöld, *Phys. Sternatmosphären*, p. 306, Springer, 1955.
[8] B. Warner, *M.N.*, **136**, 381, 1967.

No.

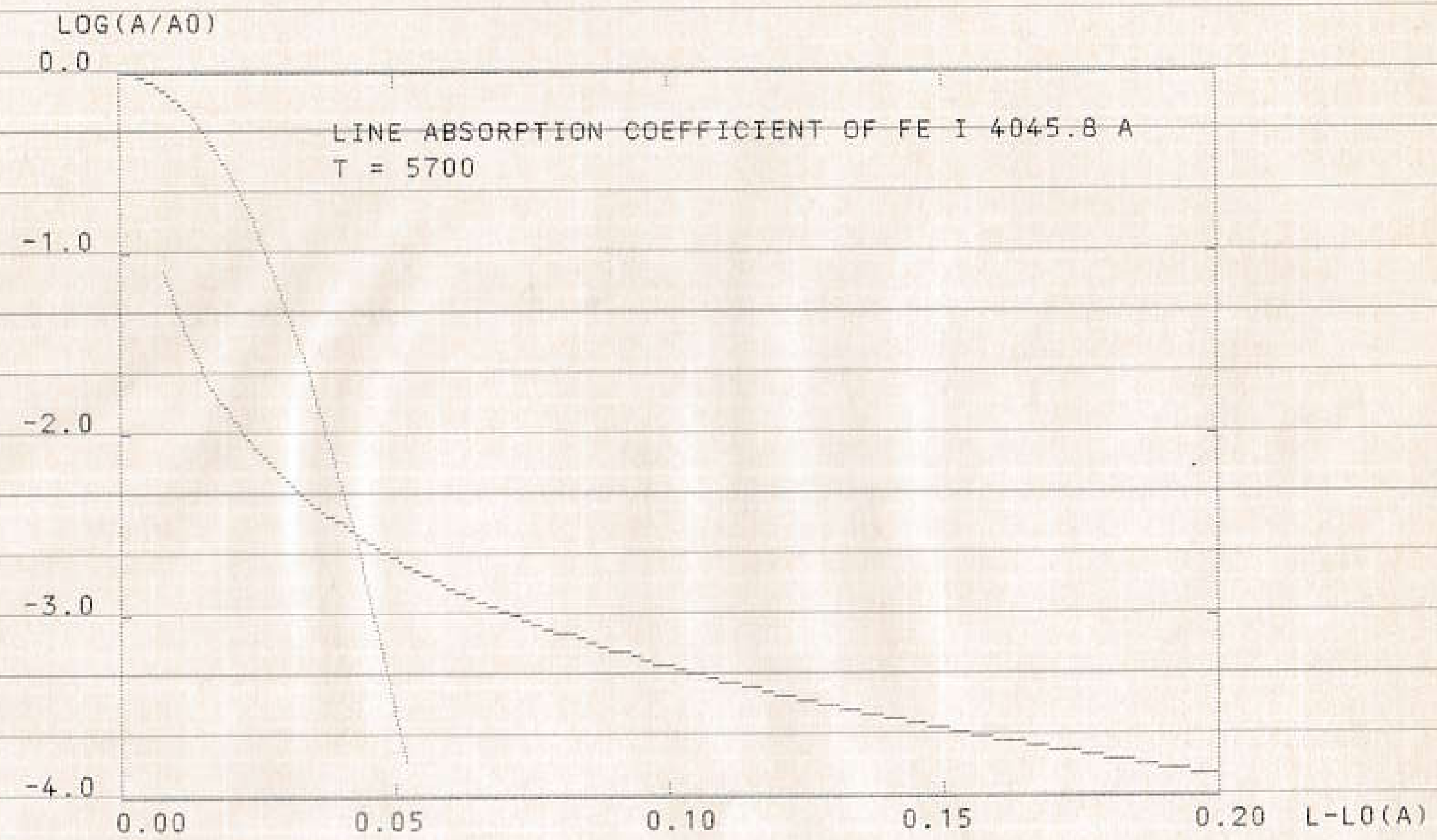
$\Delta\lambda$	α_ν/α_0	log α_ν/α_0	α_ν/α_0 (a=0.03)	logα_ν/α_0	α_ν/α_0 (a=0.02)	logα_ν/α_0
0.000	1.000	0.000				
0.005	9.223-1	-3.513-2				
0.010	7.236-1	-1.405-1	5.232-2	-1.281	3.488-2	-1.457
0.015	4.289-1	-3.161-1	2.325-2	-1.633	1.550-2	-1.810
0.020	2.742-1	-5.620-1	1.308-2	-1.883	8.720-3	-2.060
0.025	1.324-1	-8.781-1	8.371-3	-2.077	5.581-3	-2.253
0.030	5.439-2	-1.265	5.813-3	-2.236	3.875-3	-2.412
0.035	1.900-2	-1.721	4.271-3	-2.369	2.847-3	-2.546
0.040	5.649-3	-2.248	3.270-3	-2.485	2.180-3	-2.662
0.045	1.428-3	-2.845	2.584-3	-2.588	1.722-3	-2.764
0.050	3.072-4	-3.513	2.093-3	-2.679	1.395-3	-2.855
0.055	5.621-5	-4.250	1.730-3	-2.762	1.153-3	-2.938
0.060	8.749-6	-5.058	1.453-3	-2.838	9.688-4	-3.014
0.065	1.158-6	-5.936	1.238-3	-2.907	8.255-4	-3.083
0.070	1.304-7	-6.885	1.068-3	-2.972	7.118-4	-3.148
0.075			9.301-4	-3.031	6.201-4	-3.208
0.080			8.175-4	-3.088	5.450-4	-3.264
0.085			7.241-4	-3.140	4.827-4	-3.316
0.090			6.459-4	-3.190	4.306-4	-3.366
0.095			5.797-4	-3.237	3.865-4	-3.413
0.100			5.232-4	-3.281	3.488-4	-3.457
0.105			4.745-4	-3.324	3.164-4	-3.500
0.110			4.324-4	-3.364	2.883-4	-3.540
0.115			3.956-4	-3.403	2.637-4	-3.579
0.120			3.633-4	-3.440	2.422-4	-3.616
0.125			3.348-4	-3.475	2.232-4	-3.651
0.130			3.096-4	-3.509	2.064-4	-3.685
0.135			2.871-4	-3.542	1.914-4	-3.718
0.140			2.669-4	-3.574	1.780-4	-3.750
0.145			2.488-4	-3.604	1.659-4	-3.780
0.150			2.325-4	-3.634	1.550-4	-31810



1.0
α_ν/α_0 for FeI 4045.8 Å
T = 5 700°K
Doppler core
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
Damping wing
a = 0.03
a = 0.02
0
0.05
0.10
$\lambda - \lambda_{mn}$
0.15 Å



LOG(A/A0)
VOL.11,LINE ABS.COEF.P1(83.02.25)
LINE ABSORPTION COEFFICIENT
OF FE I 4045.8 A
[T=5700K, AD=0.01 TO 0.15, F=0.124]
MOST PROB.VELOCITY V0=1.303 KM/SEC
DOPPLER WIDTH DW=0.01758 A
CORE/WING BOUNDARY LC=0.03430 A
ABS.COEF.(CENTER) A0=.88764001E-06
0.0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1.0
-1.2
-1.4
-1.6
-1.8
-2.0
-2.2
-2.4
-2.6
-2.8
-3.0
-3.2
-3.4
-3.6
-3.8
-4.0
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10
0.12
0.14
DL(IN A)


LOG(A/A0)
LINE ABSORPTION COEFFICIENT OF FE I 4045.8 A
T = 5700
0.0
-1.0
-2.0
-3.0
-4.0
0.00
0.05
0.10
0.15
0.20
L-L0(A)

2．微乱流 MICRO-TURBULENCE

恒星の大気中の原子は普通、前記の熱運動の他に非熱的な速度成分を持っている。例えば、多数の原子を含む集団（気団）ではあるが、その大きさが光子の平均自由行程 MEAN FREE PATH よりも小さい集団を要素として、その集合で大気が成りたっていると考えれば、微乱流構造を考察することができる。若し、このような要素が視線方向に十分多数あり（実際的には10個程度以上）、またそれらの要素そのものの速度が独立で at randomであるとすれば、ある速度 ξ_t を持つ確率は（熱運動に対するマクスウェル法則のように）ガウシアン分布GAUSSIAN

$$P(\xi_t)=\pi^{-1/2}\xi_0^{-1}\cdot\exp\{-(\xi_t/\xi_0)^2\} \qquad (25)$$

で表わせると考えてよい。ここで ξ_0は最確乱流速度 MOST PROBABLE TURBULENT VELOCITY (mean random velocity) である。この乱流 ξ_tによるドプラー増幅は、吸収係数の基礎的な熱的ドプラー輪郭に重複され、(6)，(10) 式は同じ形となるが、この場合 (2)式は

$$v_0 \rightarrow v_0'=(v_0^2+\xi_0^2)^{1/2}=(2kT/\mu H+\xi_0^2)^{1/2} \qquad (26)$$

と代わり、この v_0' により (3)式のドプラー幅は

$$\Delta\nu_D\rightarrow\Delta\nu_D'=\nu_{mn}v_0'/c=(\nu_{mn}/c)(2kT/\mu H+\xi_0^2)^{1/2}$$

$$\Delta\lambda_D\rightarrow\Delta\lambda_D'=\lambda_{mn}v_0'/c=(\lambda_{mn}/c)(2kT/\mu H+\xi_0^2)^{1/2} \qquad (27)$$

に代わる。

星の大気の同一部分から発する異なる元素の２本の吸収線について、各元素によって原子量μが異なるが ξ_0は共通なので、線輪郭の測定から両者のドプラー幅が求まれば、原理的には熱的、非熱的な速度成分が分離できて、Tと ξ_0とが決定できる。(27)式から

$$T=5.438\times10^{12}(1/\mu_1-1/\mu_2)^{-1}\{(\Delta\lambda_{D1}/\lambda_1)^2-(\Delta\lambda_{D2}/\lambda_2)^2\} \qquad (28)$$

$$\xi_0=8.988\times10^{20}(\Delta\lambda_D/\lambda)^2-1.653\times10^8\,T/\mu \qquad (29)$$

例１．

図はT＝5700K，a＝0.03 としてFeI．4045.8Å に対して描いた吸収係数である。f_{nm}=0.124 (King の値) を用いた。横軸は中心波長からの距離（$\lambda-\lambda_{mn}$），縦軸は吸収係数α_ν を線の中心波長λ_{mn}での値α_0 を単位にとって表わしてある（α_ν/α_0）。Doppler core, Damping wingの部分がよく判る。

最確速度most Probable speed (2)

$$v_0=(2kT/\mu H)^{1/2}=1.303\times10^5 \text{ cm/sec}$$

線中心における吸収係数 (24)

$$\alpha_0=(\pi^{1/2}e^2/mc)(\lambda_{mn}/v_0)\cdot f_{nm}=5.765\times10^{-13}$$

Doppler core：

$$\alpha_\nu / \alpha_0 = \exp\{-(c/v_0)(\Delta\lambda/\lambda_{mn})^2\}$$

Damping wing：

$$\alpha_\nu / \alpha_0 = \{(\lambda_{mn}^2 v_0^2 a / \pi^{1/2} c^2)(\Delta\lambda)^{-2}$$

Doppler width：

$$\Delta\lambda_D = \lambda_{mn} v_0 / c = 0.017\ 58\ \text{Å}$$

$$v_C = (\Delta\lambda / \Delta\lambda_D)_C = 2.417$$

$$(\Delta\lambda)_C = 0.042\ \text{Å}$$

§4．衝突増幅 COLLISION BROADENINGとシュタルク増幅 STARK BROADENING

太陽のような矮星の大気では吸収（または放出）する原子と、それを擾乱する原子（特に水素）との衝突が問題になる。吸収原子のエネルギー準位は、その衝突中に働く短距離力 SHORT RANGE FORCEによって変化し、多くの衝突の結果吸収線の幅が拡がる。これを衝突増幅と言う。衝突の結果は非常に複雑であって、２つの極限の場合、衝突減衰と統計的増幅とが一般に考察される。この両者はインパクト IMPACT近似、および quasistatic近似とも呼ばれる。（詳細については例えば Jeffries：Spectral Line Formation(1968)を参照せよ。

１．衝突減衰COLLISION DAMPING(Impact 近似)

これは主として線のcoreに関係しており、その特徴は§２．の自然増幅（輻射減衰）に似ている。ただ、そのγ_{mn}の代りに $\gamma_{coll}=2/t_0$で置きかえたものになっている。ここで t_0は吸収原子が衝突せずにおれる寿命、即ち平均飛行時間 MEAN FLIGHT TIMEである。

1. Collisonal damping (Impact approximation)

これは、主もに線のcoreに関係しており、その特徴は、§10.2の自然幅(輻射減衰)に似ている。ただ、そのγ_{mn}の代りに、$\gamma_{coll} = 2/t_0$でおき換えたものになっている。ここでt_0は、吸収原子が衝突せずに居られる寿命、即ちmean flight timeである。吸収原子と擾乱原子との相対速度をCとし、又、衝突断面積をπr_0^2とすれば、粒子密度Nの擾乱原子との毎秒衝突数は、$CN\pi r_0^2$、従ってmean flight timeは、$t_0 = 1/CN\pi r_0^2$である。これから、

$$\gamma_{coll} = 2/t_0 = 2\pi CN r_0^2 \qquad (1)$$

この考察は、吸収原子(特に、H, He以外の原子)と帯電粒子(即ち、ionsや、電子、特に陽子)との衝突、即ちquadratic Stark effectについても同様に適用できる。相対速度Cは、気体運動論から求められるし、衝突半径r_0は、例えば、Stark effect変位係数、その原子の分極率polarizability、粒子間に働く力(quadratic Stark effectではr^{-4}法則、van der Waals型の相互作用では、r^{-6}法則)などで決まる。特別な場合には、r_0は、実験的に、又理論的に求められる。例えば、Na原子が中性H原子に衝突されて生ずるNa I, D線の幅については、太陽温度で$r_0 = 4.6 \times 10^{-8}$ cmであることが求められている(Strömgren)。

太陽のような星の大気では、§10.2の輻射減衰と、この衝突減衰との両方が起るので、これまでの減衰常数γ_{mn}の代りに、

$$\gamma_{mn} \rightarrow \gamma_{mn} + \gamma_{coll} \qquad (2)$$

とおきかえて使わねばならない。

2. Statistical broadening (Quasi-static approximation)

これは、主として線のwingに影響する。これは、linear Stark effectの理論で平均的な方法で扱われる。吸収(又は、放出)原子(又はion)と擾乱粒子(ion又は電子)のinterionic electrostatic field F_0によって、吸収線の位置がずれ、ある体積要素内では、各原子の種々なずれが総合されて吸収線は統計的に増幅を起す。このlinear Stark effectは、特に水素線に対して重要で、吸収係数のwingの部分で

$$\alpha_\nu \propto F_0^{3/2}/(\Delta\nu)^{5/2} \tag{3}$$

で近似される。Holtsmarkの近似によれば、field F_0は、ionや電子の圧力(又は密度)の簡単な関数で表わすことができ、(3)は、

$$\alpha_\nu \propto N_e/(\Delta\nu)^{5/2} \tag{4}$$

と書ける。

我々は、このStark増幅の効果を、coreで優勢な熱的or乱流運動によるDoppler増幅の効果とを組合せる。即ち(3)式のStark profileを§10.3 (　)式のDoppler profileで増幅し、

$$\frac{\alpha_\nu}{\alpha_0} \cancel{=} \propto \int_{-\infty}^{\infty} v^{5/2} e^{-v^2} dv \tag{5}$$

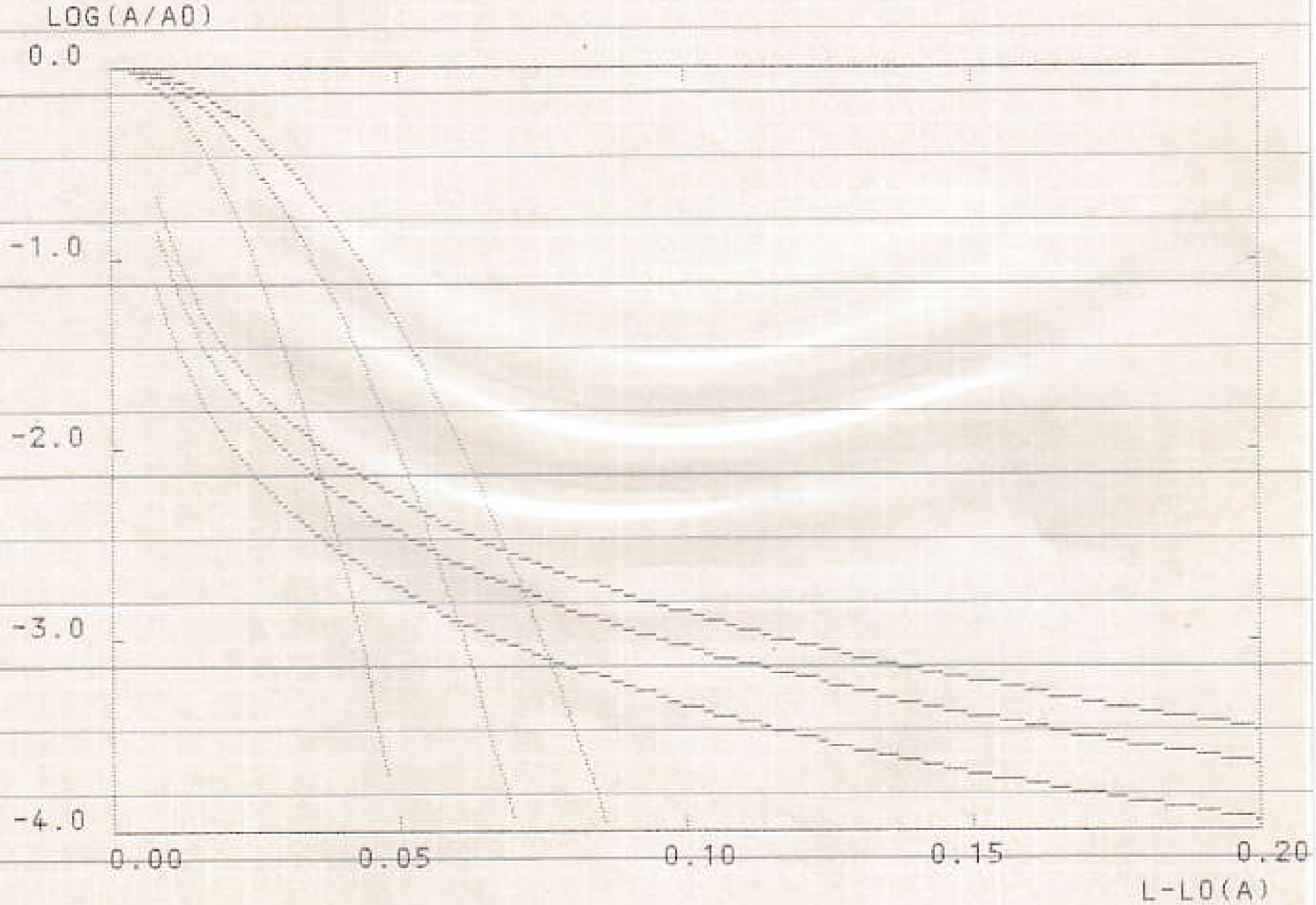
の形の吸収係数を求める。このprofileは、de Jager (1952)が計算している。

LINE ABSORPTION COEFFICIENT OF Fe I 4045.8 A
ABCOG1. VOL.30. (KOYAMA; 84.11.26)

AD = .03 , F= .124 , VC(=LC/DW) = 2.418
T = 5000 K
M.P. VELOCITY V0 = 1.220 Km/s
DOPPLER WIDTH DW = 0.01647 A
C/W BOUNDARY LC = 0.03981 A
LINE CENTER A0 = 6.15658E-13

T = 10000 K
M.P. VELOCITY V0 = 1.726 Km/s
DOPPLER WIDTH DW = 0.02329 A
C/W BOUNDARY LC = 0.05630 A
LINE CENTER A0 = 4.35336E-13

T = 15000 K
M.P. VELOCITY V0 = 2.113 Km/s
DOPPLER WIDTH DW = 0.02852 A
C/W BOUNDARY LC = 0.06895 A
LINE CENTER A0 = 3.5545E-13

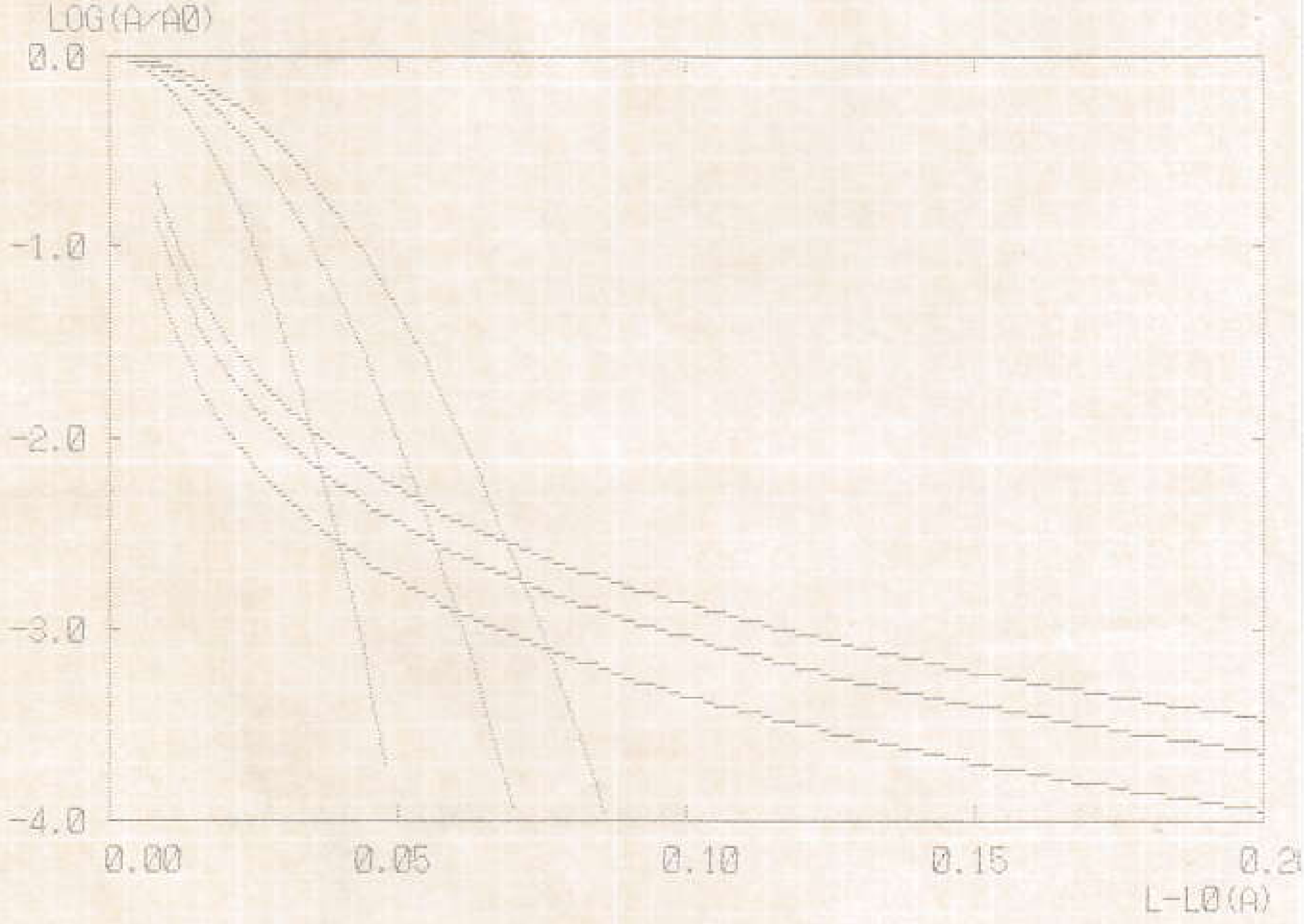


LINE ABSORPTION COEFFICIENT OF Fe I 4045.8 A
ABCO.G1. VOL.M30. (KOYAMA: 86.05.21)

AD = .03 , F= .124 , VC(=LC/DW) = 2.418
T = 5000 K
M.P. VELOCITY VO = 1.220 Km/s
DOPPLER WIDTH DW = 0.01647 A
C/W BOUNDARY LC = 0.03981 A
LINE CENTER A0 = 6.15656E-13

T = 10000 K
M.P. VELOCITY VO = 1.726 Km/s
DOPPLER WIDTH DW = 0.02329 A
C/W BOUNDARY LC = 0.05630 A
LINE CENTER A0 = 4.35334E-13

T = 15000 K
M.P. VELOCITY VO = 2.113 Km/s
DOPPLER WIDTH DW = 0.02852 A
C/W BOUNDARY LC = 0.06895 A
LINE CENTER A0 = 3.55449E-13

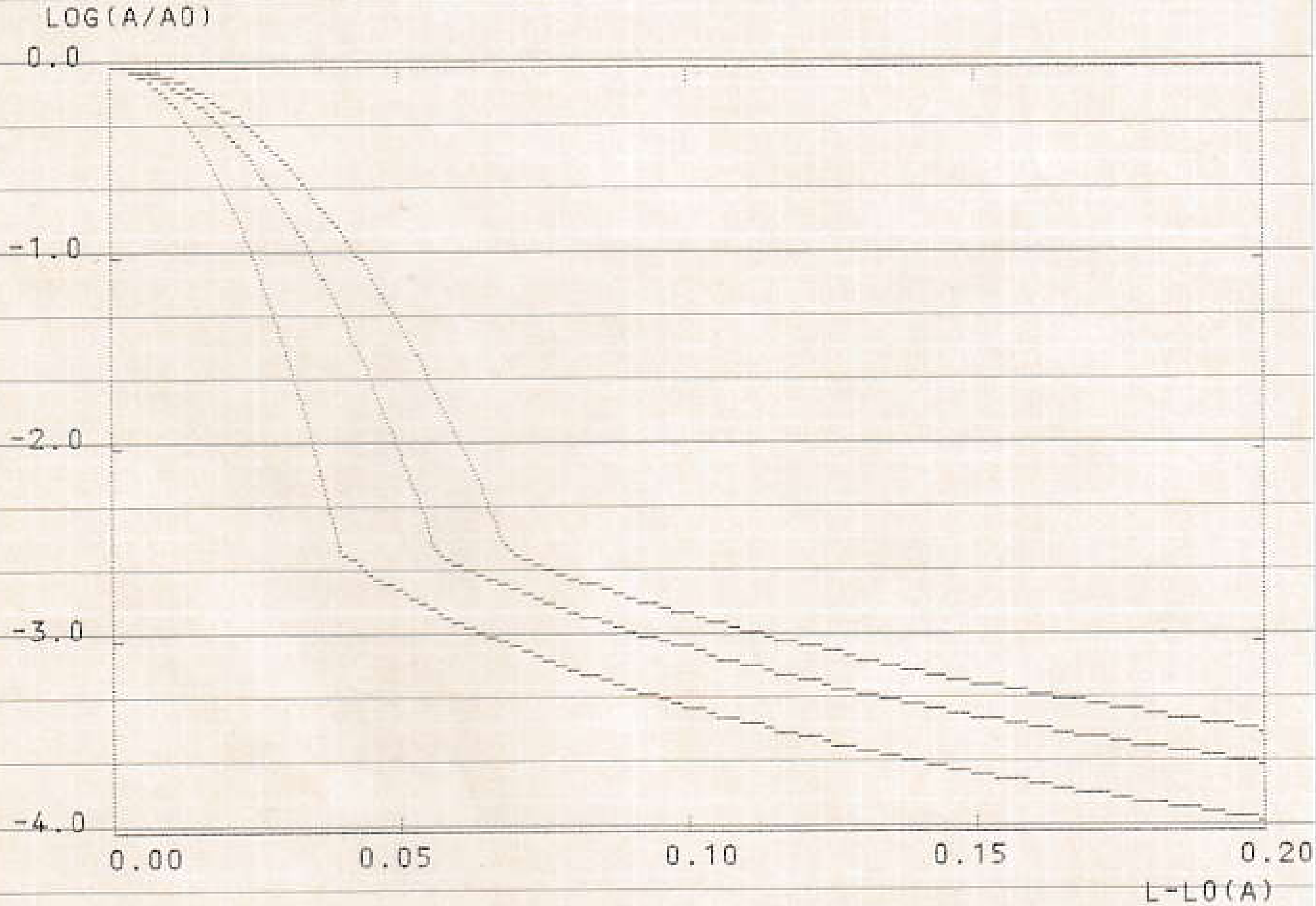


LINE ABSORPTION COEFFICIENT OF Fe I 4045.8 A
ABCOG2. VOL.30. (KOYAMA: 84.11.26)

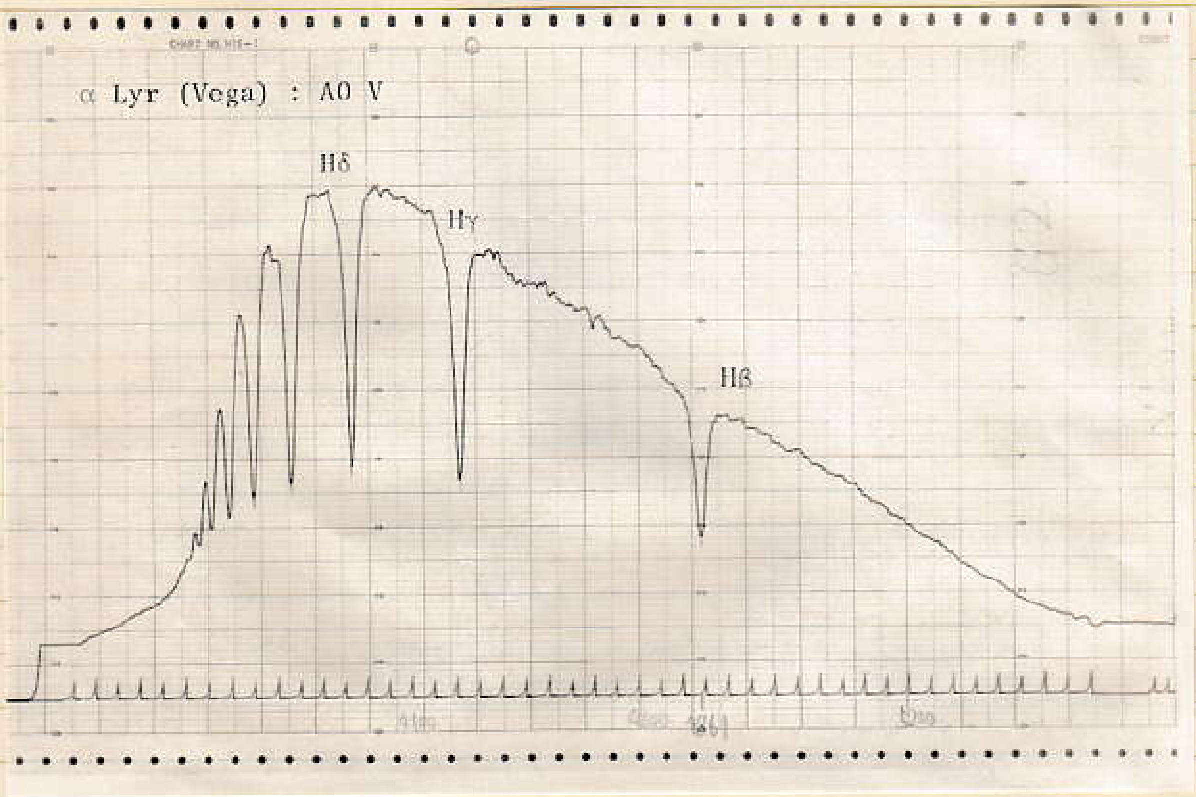
AD = .03 . F= .124 . VC(=LC/DW) = 2.418
T = 5000 K
M.P. VELOCITY V0 = 1.220 Km/s
DOPPLER WIDTH DW = 0.01647 A
C/W BOUNDARY LC = 0.03981 A
LINE CENTER A0 = 6.15658E-13

T = 10000 K
M.P. VELOCITY V0 = 1.726 Km/s
DOPPLER WIDTH DW = 0.02329 A
C/W BOUNDARY LC = 0.05630 A
LINE CENTER A0 = 4.35336E-13

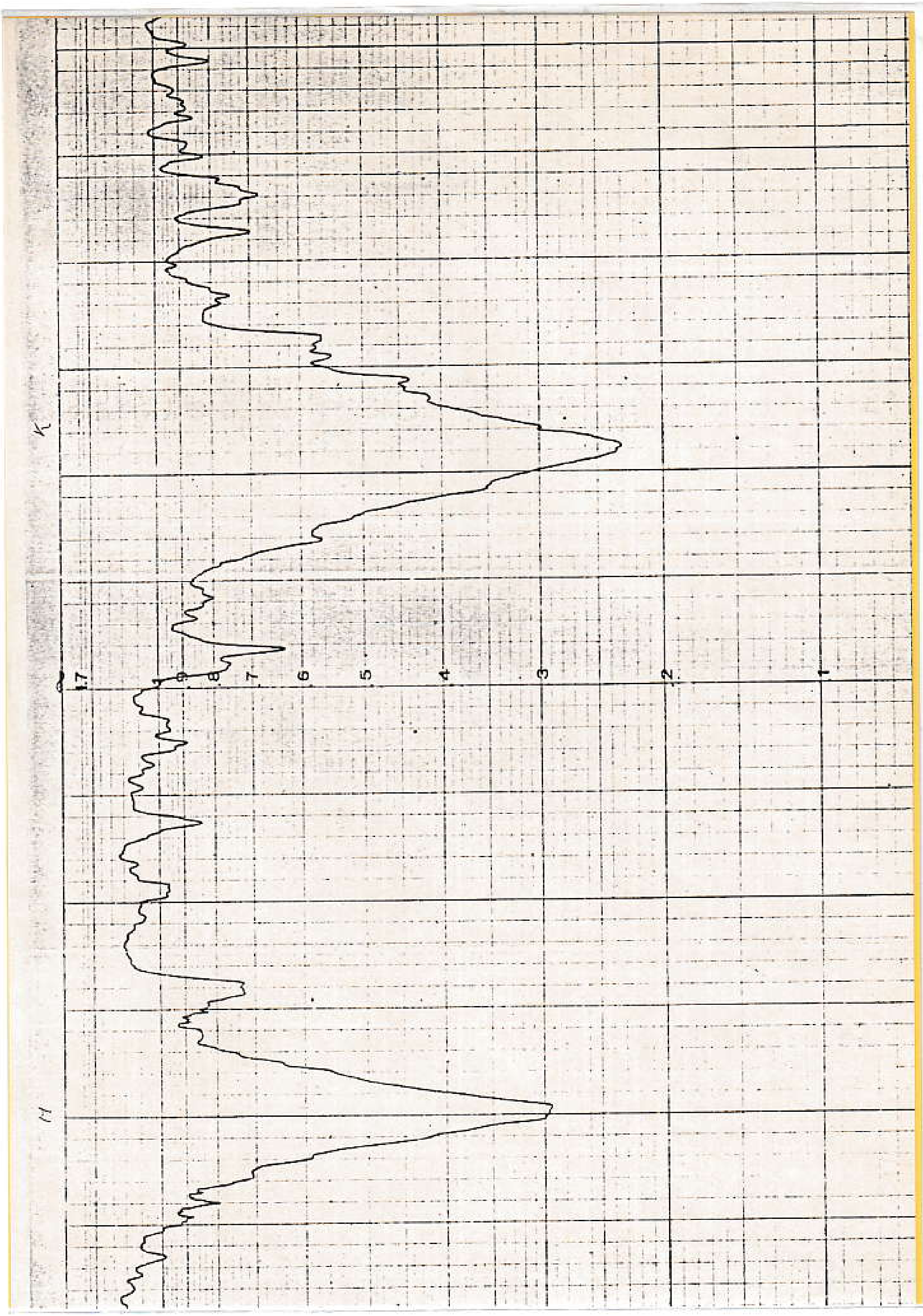
T = 15000 K
M.P. VELOCITY V0 = 2.113 Km/s
DOPPLER WIDTH DW = 0.02852 A
C/W BOUNDARY LC = 0.06895 A
LINE CENTER A0 = 3.5545E-13



No.



91cm Photoelectric Equatorial, Okayama Observatory


17
9
8
7
6
5
4
3
2
1