

## Chapter 7

### 連続吸収係数

THE COEFFICIENT OF CONTINUOUS ABSORPTION

- § 1. 連続スペクトル
- § 2. 単色吸収係数
- § 3. 水素の負イオン
- § 4. 自由電子によるトムソン散乱
- § 5. 恒星の色温度

## Chapter 7

### 連続吸収係数

#### THE COEFFICIENT OF CONTINUOUS ABSORPTION

##### § 1. 連続スペクトル THE CONTINUOUS SPECTRUM

多くの星はほぼ黒体に似た輻射をしているが著しい例外もある。低温星の連続スペクトルは無数の重複する吸収線のために歪んでいる。またA型星のような高温星では、水素の連続吸収が波長に強く依存するため黒体輻射から著しくずれている。これら2要素は星の連続スペクトルのエネルギー曲線を歪ませている。

しかし、若し連続吸収係数が波長に無関係であり、又若し大気各層が黒体輻射をしているとしても、星のエネルギー曲線は Planckian にはならない。内部ほど高温な大気各層がたとえそれぞれの温度に対する黒体輻射をしているとしても、観測されるエネルギー曲線は、それぞれの層から表面までの透過率を経過した合成になるはずである。上部低温層の輻射は殆ど全て表面まで到達するだろうが、深部高温層の輻射は表面に達するまでに通過する大気で弱められる。

前に吸収物質 1 gr 当たりの質量吸収係数  $\kappa_{\nu}$  を用いて、吸収を

$$dI_{\nu} = -I_{\nu} \kappa_{\nu} \rho ds = -I_{\nu} d\tau_{\nu} \quad (1)$$

と表したが、 $\kappa_{\nu}$  を求めるには、先ず吸収原子 1 個当たりの原子吸収係数  $\alpha_{\nu}$  を求めねばならず、天体物理学では、むしろ  $\alpha_{\nu}$  の方が便利である。その原子の質量を  $m$ 、1 cc 中の数  $N$  とすれば、密度  $\rho$  は

$$\rho = mN \quad (2)$$

$$\text{又 } \alpha_{\nu} = \kappa_{\nu} m \quad (3)$$

だから

$$dI_{\nu} = -I_{\nu} \alpha_{\nu} N ds = -I_{\nu} d\tau_{\nu} \quad (4)$$

$$d\tau_{\nu} = \kappa_{\nu} \rho ds = \alpha_{\nu} N ds \quad (5)$$

と書ける。 $\alpha_{\nu}$  は面積の dimension  $[L^2]$  を持つ。

§ 2. 単色吸収係数 MONOCHROMATIC ABSORPTION COEFFICIENTS

1. 水素様イオンの束縛-自由遷移

ある準位  $n$  からの原子の光電電離を考える。この準位からの電離は結合エネルギー  $\chi_{r,n}$  (基底準位の場合は電離ポテンシャル  $\chi_r$ ) 以上のエネルギーであれば、どんな光子によっても起こる。従って、原子の集合に入射した連続輻射は原子を  $n$  準位から電離させることにより  $\nu_n = \chi_{r,n}/h$  以上、 $\nu = \infty$  までの振動数域に亘って吸収される。即ち、十分に光学的に厚い吸収層はそれを通る連続輻射に  $(\nu_n, \infty)$  の範囲の連続吸収帯を作る。各原子は無数のエネルギー準位を持っているから、吸収は一般に無数の吸収帯の合成である。

この吸収過程を量的に表すために、核電荷  $Z e$  の場に、主量子数  $n$  の軌道を動く 1 電子を持つ水素様イオン (H I, He II, Li III ...) を考える。(多電子系では複雑なため 1 個の光学電子以外の束縛電子による核の静電遮蔽を考慮して水素様イオンとして扱うことも多く、その場合は  $z e$  は有効核電荷である。しかし、観測値と比較して、多電子系に対するこの方法はかなり不正確である)。電子質量を  $m$  として、原子吸収係数は

$$\alpha_{\nu}(Z, n) = (64 \pi^4 / 3 \cdot 3^{1/2}) \{ m e^{10} / c h^6 \} Z^4 \{ g_{bf} / n^5 \} (1 / \nu^3) \quad (\nu > \nu_n) \quad (6)$$

$$\alpha_{\lambda}(Z, n) = (64 \pi^4 / 3 \cdot 3^{1/2}) \{ m e^{10} / c^4 h^6 \} Z^4 \{ g_{bf} / n^5 \} \lambda^3 \quad (\lambda < \lambda_n) \quad (6')$$

これは H.A.Kramers(1923) が古典的に求め、J.A.Gaunt(1930) が量子力学的に補正值  $g_{bf}$  (Gaunt factor) を導入したものである。 $g_{bf}$  は元素・束縛準位  $n$ ・光子の振動数  $\nu$  に依存する 1 に近い補正因子で、Menzel & Pekeris によれば

$$g_{bf} \doteq 1 - 0.1728 \{ \nu / R Z^2 \}^{1/3} \{ (2/n^2)(R Z^2 / \nu) - 1 \} \quad (7)$$

但し  $R$  は Rydberg 振動数で

$$R = 2 \pi^2 e^4 m / h^3 = 3.287 \ 871 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1} \quad (8)$$

(6) 式では、与えられた主量子数  $n$  に属する縮退準位 (方位量子数  $l$ ) を全部考慮している。 $\nu_n, \lambda_n$  は、 $n$  準位からの系列極限に対するもので、水素様イオンに対して

$$\nu_n = \{ 2 \pi^2 m e^4 / h^3 \} \{ Z^2 / n^2 \} \quad (9)$$

$$\lambda_n = \{ c h^3 / 2 \pi^2 m e^4 \} \{ n^2 / Z^2 \} = 911.6 (n^2 / Z^2) \text{ (in } \text{Å}) \quad (10)$$

である。(6) から吸収係数  $\alpha_{\nu}$  は各吸収帯  $(\nu_n, \infty)$  内で、 $1 / \nu^3$  で減少することが判る。水素 ( $Z=1$ ) に対して、 $\nu_n$  での  $\alpha_{\nu}$  の値は表のようである。

準位 (n, l)	1s	2s	2p	3s	3p	3d
$\alpha_{\nu} \text{ cm}^2$	$6.3 \cdot 10^{-18}$	$1.5 \cdot 10^{-17}$	$1.4 \cdot 10^{-17}$	$2.6 \cdot 10^{-17}$	$2.6 \cdot 10^{-17}$	$1.8 \cdot 10^{-17}$

ここでは種々の方位量子数  $l$  について別々に示してある。

(6) 式の吸収係数  $\alpha_{\nu}(Z, n)$  は  $n$  準位にある原子について導かれたもので、温度・圧力などのガスのパラメータには関係していない。しかし、これは全ての吸収帯を考えない時にだけ言えることである。事実、光電電離は原子のどの準位からでも起こり得る。任意の振動数  $\nu$  を考えよう。この振動数より小さい側（即ちスペクトルの長波長側）には振動数  $\nu_n = \chi_n/h \leq \nu$  である吸収帯極限が全部あり、又、原子のエネルギー準位は無数個あるから、このような吸収帯も無限にある。そして各吸収帯は  $\nu = \infty$  まで広がるので、それらは何れも振動数  $\nu$  での吸収に寄与する。

図では考えている  $\nu$  が  $\nu_1$  と  $\nu_2$  との間にある場合で、 $n = 2, 3, 4, \dots, \infty$  の吸収帯は全てより高い準位からの光電電離に対応し、それらの吸収が  $\nu$  における吸収に寄与する。

このように  $\nu$  における合成の吸収係数を求めるには、このような吸収帯を全部考慮しなければならず、そのために原子の各準位への分布が必要である。今それが Boltzmann 分布に従っていると仮定する：

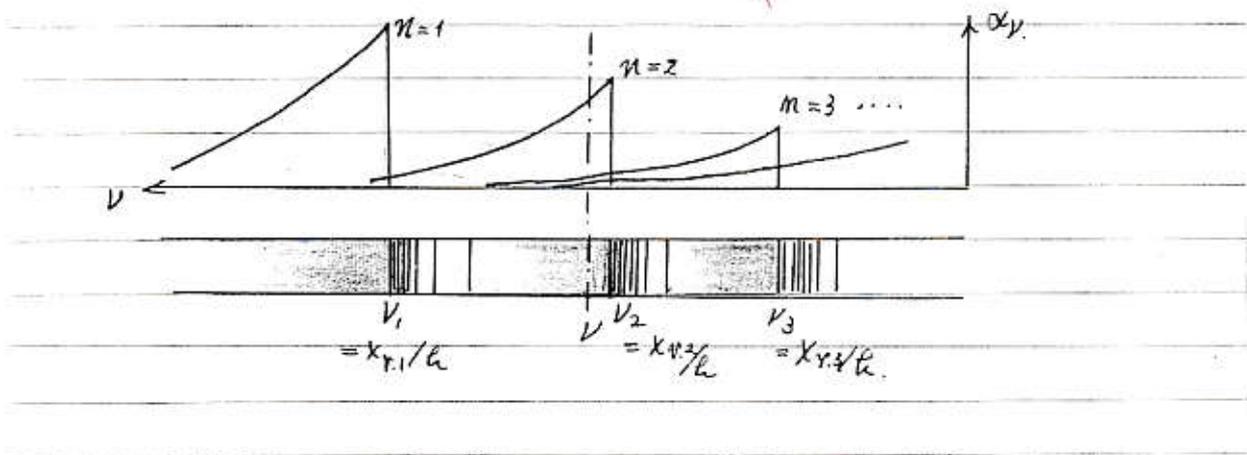
$$N_{r,n}/N_{r,1} = \{g_{r,n}/g_{r,1}\} \cdot \exp(-\epsilon_{r,n}/kT) \quad (11)$$

但し、基底準位  $\epsilon_{r,1} = 0$  である。(4), (6), (11) により第  $n$  吸収帯だけによる  $\nu$  におけるエネルギー吸収量は

$$\begin{aligned} dI_{\nu}^{(n)} &= -I_{\nu} \alpha_{\nu}(Z, n) \cdot N_{r,n} \cdot ds \\ &= -I_{\nu} \{64\pi^4/3 \cdot 3^{1/2}\} \{me^{10}/ch^6\} Z^4 \{g_{bf}/n^5\} \{1/\nu^3\} \\ &\quad \times \{N_{r,1} g_{r,n}/g_{r,1}\} \exp(-\epsilon_{r,n}/kT) \cdot ds \quad (12) \end{aligned}$$

そして、 $\nu$  における吸収は系列端の振動数が  $\nu$  より小さい全ての吸収帯によって作られるから、全吸収は

$$\begin{aligned} dI_{\nu} &= \sum dI_{\nu}^{(n)} \quad \Sigma : n_0 \text{ to } \infty \\ &= -I_{\nu} \{64\pi^4/3 \cdot 3^{1/2}\} \{me^{10}/ch^6\} \{Z^4/\nu^3\} \{N_{r,1}/g_{r,1}\} \\ &\quad \times \sum \{g_{r,n}/n^5\} g_{bf} \cdot \exp(-\epsilon_{r,n}/kT) \cdot ds \quad (13) \end{aligned}$$



但し、 $\Sigma$ は ( $n_0 \rightarrow \infty$ ) である。即ち、 $\nu$ より小さい振動数側に向かって最初の吸収帯で始まり、この帯が主量子数  $n_0$  に属していると考える。 $N_{r,1}$  から、この原子の総数  $N$  に移るために、(11)式の  $N_{r,n}$  を  $n$  について 1 から  $\infty$  まで集め

$$N_r = \Sigma N_{r,n} \quad \Sigma : (n=1 \text{ to } \infty)$$

$$= \{N_{r,1}/g_{r,1}\} \Sigma g_{r,n} \cdot \exp(-\epsilon_{r,n}/kT) = \{N_{r,1}/g_{r,1}\} \cdot u_r \quad (14)$$

この式と電離式

$$\{N_{r+1}/N_r\} \cdot p_e = \{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2} / h^3\} \{2u_{r+1}/u_r\} \cdot \exp(-\chi_r/kT) \quad (15)$$

により

$$N_{r,1}/g_{r,1} = \{N_{r+1}/u_{r+1}\} \cdot p_e$$

$$= \{h^3/2(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}\} \cdot \exp(-\chi_r/kT) \quad (16)$$

これを(13)式に代入し

$$dI_\nu = \Sigma dI_\nu^{(n)} \quad \Sigma : (n_0 \text{ to } \infty)$$

$$= -I_\nu \{N_{r+1}/u_{r+1}\} \cdot p_e$$

$$\times \{2^4 \pi^2 e^6 R Z^4 \cdot ds / 3 \cdot 3^{1/2} c (2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2} \nu^3\}$$

$$\times \Sigma \{g_{r,n} \cdot g_{bf}/n^5\} \cdot \exp(-(\epsilon_{r,n} - \chi_r)/kT) \quad (17)$$

を得る。水素様原子については、よく知られた系列の公式

$$\epsilon_{r,n} = hRZ^2 \{1 - (1/n^2)\} = \chi_r - (hRZ^2/n^2) \quad (18)$$

が成立つ。又、水素様原子では  $(r+1)$  次電離原子といえ、電荷  $+Ze$  を持つ原子核そのものであり、分配関数は 1 項だけ、即ち核の統計的荷重だけになるので  $u_{r+1} = 1$  である。又、 $g_{r,n} = 2n^2$  だから

$$dI_\nu = -I_\nu N_{r+1} \cdot p_e \cdot \{C_0 Z^2 T^{-3/2} / \nu^3\}$$

$$\times \{(2hRZ^2/kT) \Sigma (g_{bf}/n^3) \cdot \exp(hRZ^2/n^2 kT)\} \cdot ds$$

$$\Sigma : (n_0 \text{ to } \infty) \quad (19)$$

但し

$$C_0 = (2^4 \pi^2 / 3 \cdot 3^{1/2}) (e^6 / ch) \{1 / (2\pi nk)^{3/2}\} = 2.67 \cdot 10^{24} \quad (20)$$

を得る。

## 2. 刺戟放出の考慮

(19)式は最終的なものではない。更に刺戟放出(負吸収)を考慮しなければならない。輻射と物質との相互作用は放出係数・吸収係数によるだけでなく、遷移確率係数 TRANSITION PROBABILITY COEFFICIENTS によっても記述できる。i 及び k 状態にある 1 cc 中の原子数(粒子密度)をそれぞれ  $N_i$  及び  $N_k$  とすれば、光子  $h\nu_{ik}$  の放出を伴う遷移の数は物質 1 cc 当り、毎秒

$$N_{k \rightarrow i} = N_k (A_{ki} + u_{\nu_{ik}} \cdot B_{ki}) \quad (21)$$

ここで

$$u_{\nu_{ik}} = (1/c) \int I_{\nu_{ik}} d\omega \quad (22)$$

は振動数  $\nu_{ik}$  の輻射密度である。 $A_{ki}$ ,  $B_{ki}$  は遷移確率係数であつて、 $A_{ki}$  は自発遷移 SPONTANEOUS TRANSITION、 $u_{\nu_{ik}} \cdot B_{ki}$  は密度  $u_{\nu_{ik}}$  の輻射場の作用の下に起こる刺戟遷移 STIMULATED TRANSITION に相当する。

逆の遷移、即ち輻射場の作用の下に起こり、光子  $h\nu_{ik}$  の吸収を伴う遷移の数は、1 cc 当り、毎秒

$$N_{i \rightarrow k} = N_i \cdot u_{\nu_{ik}} \cdot B_{ik} \quad (23)$$

ここで、 $B_{ik}$  もまた吸収に対応する遷移確率係数である。

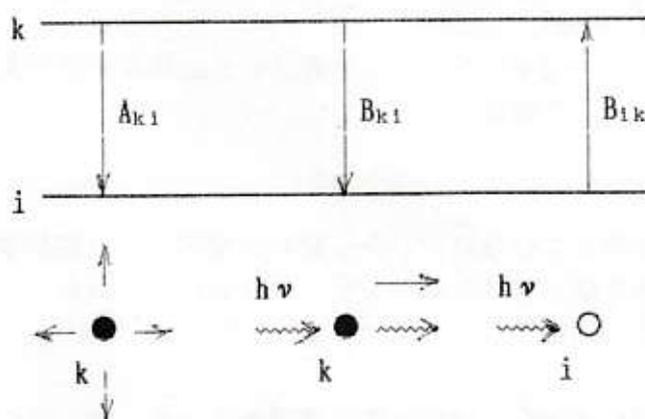
(21), (23)式を用いる時、 $\nu_{ik}$  のごく近傍、即ち  $i \rightarrow k$ ,  $k \rightarrow i$  遷移で生ずる問題のスペクトル線の内部では輻射密度が著しくは変化しないと仮定している。

遷移確率  $A_{ki}$ ,  $B_{ki}$ ,  $B_{ik}$  の間には、次の関係が成立つ。

$$g_k B_{ki} = g_i B_{ik} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} A_{ki} &= (8\pi h \nu_{ik}^3 / c^3) \cdot B_{ki} \\ &= (8\pi h \nu_{ik}^3 / c^3) \cdot (g_i / g_k) \cdot B_{ik} \end{aligned} \quad (25)$$

これを用いて (21) 式を書き変えると



Ambartzmian: Theoretical Astrophysics. §5.5 (P45)

$$N_{k \rightarrow i} = N_k A_{k1} (1 + (c^3/8\pi h \nu_{1k}^3) u_{\nu,k}) \quad (26)$$

自発放出に比べて刺戟放出の重要さは、この {} 内の第2項で決まる。

(21), (23), (26) は全立体角に積分した輻射密度  $u_{\nu,k}$  について書かれている。立体角  $d\omega$  の細い光線に対して輻射密度は

$$(u_{\nu,k})_{d\omega} = I_{\nu,k}(\theta) d\omega / c \quad (27)$$

だから、それらの式は

$$(N_{k \rightarrow i})_{d\omega} = N_k [(A_{k1}/4\pi) + \{I_{\nu,k}(\theta)/c\} \cdot B_{k1}] \cdot d\omega \quad (28)$$

$$(N_{i \rightarrow k})_{d\omega} = N_i [\{I_{\nu,k}(\theta)/c\} \cdot B_{ik}] \cdot d\omega \quad (29)$$

$$(N_{k \rightarrow i})_{d\omega} = N_k A_{k1} [(1/4\pi) + (c^3/8\pi h \nu_{1k}^3) \{I_{\nu,k}(\theta)/c\}] \cdot d\omega \quad (30)$$

と書ける。

(19)式では、係数  $B_{ik}$  に対応する普通の吸収だけしか考慮されていない。これに更に刺戟放出 (しばしば負吸収と呼ばれる) を考慮せねばならない。このために再結合に対する遷移係数を導入する。前のように  $\alpha_{\nu}$  を  $r$  次電離原子の  $k$  準位からの光電電離に対応する吸収係数とする。( ) から判るように、振動数 ( $\nu$ ,  $\nu + d\nu$ ) の光子の吸収を伴って  $1 \text{ cc}$  当り、毎秒、 $k$  準位から起こる光電電離の数は

$$N_{k \rightarrow e} d\nu = N_{r,k} \alpha_{\nu} (d\nu/h\nu) \phi I_{\nu} d\omega \quad (31)$$

で与えられる。

(22)の輻射密度を用いると

$$N_{k \rightarrow e} d\nu = N_{r,k} \alpha_{\nu} u_{\nu} c (d\nu/h\nu) \quad (32)$$

この過程の逆は、 $k$  準位への再結合である。再結合はイオンと自由電子との衝突と見なされるから、有効断面積  $\beta_{\nu}$  を導入する。すると振動数 ( $\nu$ ,  $\nu + d\nu$ ) の光子の放出を伴う自発再結合の数は  $1 \text{ cc}$  当り、毎秒

$$N'_{e \rightarrow k} d\nu = N_{r+1} \beta_{\nu} \nu \cdot dN_e \quad (33)$$

ここで、 $dN_e$  は速度 ( $\nu$ ,  $\nu + d\nu$ ) を持つ自由電子の  $1 \text{ cc}$  当りの数である。この  $d\nu$  は  $\chi_r = \frac{1}{2} m \nu^2 = h\nu$  の関係から

$$\nu \cdot d\nu = (h/m) d\nu \quad (34)$$

と書ける。

(33) は自発再結合しか考えていない。しかし物質が密度  $u_{\nu}$  の輻射場に置かれるならば、刺戟再結合も考慮しなければならず、それは(26)式から

$$N_{e \rightarrow k} \cdot d\nu = N_{r+1} \cdot \beta_{\nu} \cdot \nu \{1 + (c^3/8\pi h \nu^3) u_{\nu}\} \cdot dN_e \quad (35)$$

$\beta_{\nu}$  と  $\alpha_{\nu}$  との関係を求めるために微細平衡の原理を用いる。熱力学的平衡では(32)と(35)とは等しくなければならず

$$N_{r,k} \alpha_{\nu} \cdot (c \cdot d\nu/h\nu) u_{\nu} = N_{r+1} \beta_{\nu} \cdot \nu \{1 + (c^3/8\pi h \nu^3) u_{\nu}\} \cdot dN_e \quad (36)$$

又、熱力学的平衡では粒子の速度は Maxwell 分布

$$dN_e = N_e \cdot 4\pi (m/2\pi kT)^{3/2} \cdot \exp(-mv^2/2kT) v^2 \cdot dv \quad (37)$$

をしており、又、 $I_{\nu}(\theta) = B_{\nu}(T)$  だから、(22)により、 $u_{\nu}$  は

$$u_{\nu} = \{8\pi h \nu^3 / c^3\} [1 / (\exp(h\nu/kT) - 1)] \quad (38)$$

最後に、(11), (14) により

$$\begin{aligned} N_{r,k} &= N_{r,1} (g_{r,k} / g_{r,1}) \exp(-\epsilon_{r,k} / kT) \\ &= (N_r / u_r) g_{r,k} \exp(-\epsilon_{r,k} / kT) \end{aligned} \quad (39)$$

又、 $N_r$ ,  $N_{r+1}$ ,  $N_e = p_e / kT$  の関係としては、サハの式(15)を用いる。これらの結果を全部(36)に代入すれば

$$\beta_{\nu} = \{g_{r,k} \nu^2 h^2 / u_{r+1} c^2 n^2 v^2\} \alpha_{\nu} \quad (40)$$

を得る。

さて以前に述べた輸送方程式

$$\begin{aligned} \cos \theta (dI_{\nu}(\theta) / dh) \cdot d\nu d\omega \\ = I_{\nu}(\theta) \kappa_{\nu} \rho \cdot d\nu d\omega - j_{\nu}(\theta) \rho \cdot d\nu d\omega \end{aligned}$$

を考えよう。この式で、 $\kappa_{\nu}$  は普通の吸収だけを考えた吸収係数であり、吾々はこの係数に ' を付けよう。すると

$$\begin{aligned} \cos \theta (dI_{\nu}(\theta) / dh) \cdot d\nu d\omega \\ = I_{\nu}(\theta) \kappa'_{\nu} \rho \cdot d\nu d\omega - j_{\nu}(\theta) \rho \cdot d\nu d\omega \end{aligned} \quad (41)$$

この式を k 準位からの電離と、k 準位への再結合に関する過程について考える。 $j_{\nu}(\theta)$  が  $\theta$  に依存するのは、今の場合、 $j_{\nu}$  が刺戟放出を含み、それが問題にしている方向への輻射密度(27)によって決まるからである。自発放出の方は等方的だから  $d\omega / 4\pi$  の割合だけが  $d\omega$  方向に出てくる。再結合当り光子  $h\nu$  が出てくるから、(35), (27)により

$$\begin{aligned} j_{\nu}(\theta) \rho \cdot d\nu d\omega \\ = N_{r+1} \beta_{\nu} \nu \{ (1/4\pi) + (c^3/8\pi h \nu^3) \} \{ I_{\nu}(\theta) / c \} h \nu dN_e d\omega \end{aligned} \quad (42)$$

この式で  $N_{r+1}$  をサハの式を使って  $N_r$  に換え、更に  $N_r$  を(39)によって  $N_{r,k}$  に書き換え、更に (22), (37), (40) を用いれば

$$\begin{aligned} j_{\nu}(\theta) \rho \cdot d\nu d\omega \\ = N_{r,k} \alpha'_{\nu} \exp(-h\nu/kT) \{ (2h\nu^3/c^2) + I_{\nu}(\theta) \} d\nu d\omega \end{aligned} \quad (43)$$

更に {} 内の第1項を Planck の関数で置き換えると

$$\begin{aligned} j_{\nu}(\theta) \rho \cdot d\nu d\omega \\ = N_{r,k} \alpha'_{\nu} [ \{ 1 - \exp(-h\nu/kT) \} B_{\nu} + \exp(-h\nu/kT) I_{\nu}(\theta) ] d\nu d\omega \end{aligned} \quad (44)$$

これを (41) 代入するが、その時  $\kappa'_{\nu} \rho$  を等しい  $\alpha'_{\nu} N_{r,k}$  で置き換えると

$$\cos \theta (dI_{\nu}(\theta) / dh) = N_{r,k} \alpha'_{\nu} \{ 1 - \exp(-h\nu/kT) \} \{ I_{\nu}(\theta) - B_{\nu} \} \quad (45)$$

ここで

$$\alpha_{\nu} = \{1 - \exp(-h\nu/kT)\} \alpha'_{\nu} \quad (46)$$

という量を導入すると(45)式は

$$\cos \theta \{dI_{\nu}(\theta)/dh\} = N_{r,k} \alpha_{\nu} \{I_{\nu}(\theta) - B_{\nu}\} \quad (47)$$

又は、再び質量吸収係数を用いると

$$\cos \theta \{dI_{\nu}(\theta)/dh\} = \kappa_{\nu} \rho \{I_{\nu}(\theta) - B_{\nu}\} \quad (48)$$

の形となり、再び普通の輸達方程式と同じ形となった。しかしながら、この式を用いる時には、刺戟放出を考慮した吸収係数は(46)式で修正されねばならない。(46)の関係は、明らかに、どの準位からの光電電離にも当てはまるから、刺戟放出を考慮するためには、(19)式の全部に  $\{1 - \exp(-h\nu/kT)\}$  を掛けなければならない。

さて、吸収係数の問題に戻ろう。(46), (19)を用い、 $(r+1)$ 次電離原子1個当りの吸収係数として、次の表示を書くことができる。

$$\begin{aligned} \alpha_{\nu} &= (C_0 Z^2 p_e / T^{3/2} \nu^3) \\ &\quad \times \{ (2hRZ^2/kT) \sum (g_{bf}/n^3) \exp(hRZ^2/n^2kT) \} \{1 - \exp(-h\nu/kT)\} \quad (49) \\ \Sigma &: (n_0 \rightarrow \infty) \end{aligned}$$

### 3. 水素様イオンの自由-自由遷移

前に求めた吸収係数は、種々の準位からの光電電離だけを考えたもの (bond-free) である。逆過程は再結合 (free-bound) である。これらの他に free-free 遷移がある。イオンと、その静電場の中で双曲線軌道を描く自由電子とからなる系も、輻射の吸収・放出を行うことができ、それによって自由電子の双曲線軌道が変化する。

量子力学から、このような過程に対する吸収係数として、 $(r+1)$ 次電離した水素様原子1個当たり

$$\alpha_{\nu} = \{C_0 Z^2 p_e / T^{3/2} \nu^3\} \{1 - \exp(-h\nu/kT)\} g_{ff} \quad (50)$$

これには刺戟放出を考慮した因子 $\{ \}$ が既に含まれている。Gaunt因子  $g_{ff}$ は1に近い補正因子で

$$g_{ff} = 1 + 0.1728 (\nu/RZ^2)^{1/3} \{1 + (2kT/h\nu)\} \quad (51)$$

free-free 遷移に対する吸収係数(50)は、一般にスペクトルの遠赤外部に対してだけ重要である。可視・写真領域では、ごく高温 (普通  $5 \sim 10 \cdot 10^4$  K以上) の場合にだけ重要である。

#### 4. 最終結果

以上のことから水素様原子に対する連続吸収係数は bound-free (49) と free-free (50) とを加え

$$\alpha_{\nu} = \{C_0 Z^2 p_e / T^{3/2} \nu^3\} \{ (2hRZ^2/kT) \Sigma (g_{bf}/n^3) \exp(hRZ^2/n^2kT) + g_{ff} \} \times \{1 - \exp(-h\nu/kT)\} \quad (52)$$

となる。これは  $(r+1)$  次電離原子 1 個当りのものである。(全ての電離状態を考慮した) 水素様原子 1 個当りの吸収係数は、電離度  $x$  を用い

$$\alpha_{\nu} = \{C_0 Z^2 p_e \cdot x / T^{3/2} \nu^3\} \{ (2hRZ^2/kT) \Sigma (g_{bf}/n^3) \exp(hRZ^2/n^2kT) + g_{ff} \} \times \{1 - \exp(-h\nu/kT)\} \quad (53)$$

$$\Sigma: (n_0 \rightarrow \infty)$$

(52), (53) は熱力学的平衡から著しくずれている物質に対しては使えない。このような場合には、基礎公式 (6) から出発しなければならない。その吸収係数は外部の条件に依存しない。

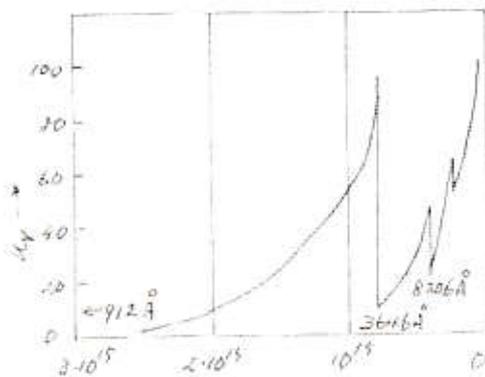
星の光球における輻射の吸収が数種の元素によってなされる時、(4)式に従って全吸収を求めねばならない。原子吸収係数  $\alpha^{(s)}_{\nu}$  を持つある元素  $s$  の吸収原子の数が 1 cc 中に  $N_s$  とすれば、振動数  $\nu$  における全吸収は

$$dI_{\nu} = \Sigma dI^{(s)}_{\nu} = -I_{\nu} d\nu \Sigma N_s \alpha^{(s)}_{\nu} \quad (54)$$

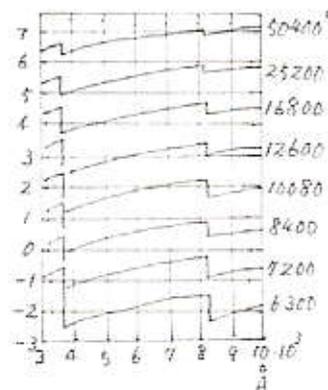
によって決まる。

公式(53)の例として、 $T=10,370\text{K}$ ,  $p_e=244\text{ bar}$  において、水素 ( $Z=1$ ) に対する  $\kappa_{\nu}$  の変化を示す。図は質量吸収係数  $\kappa_{\nu}$  であり、これは (3) により (53) を水素原子の質量で割って得られる。(左図)。

次に、種々の温度について、 $\log \kappa_{\nu}$  の波長に対する依存性を示す。この図の  $\kappa_{\nu}$  は中性水素 1 gr 当りのものであつて、全水素 1 gr 当りに直すには図の数字に  $(1-x_H)$  を掛ければよい。(右図: Ambartzmyan ibid. p52)。



( $T=10,370\text{K}$ ,  $p_e=244\text{ bar}$ ).

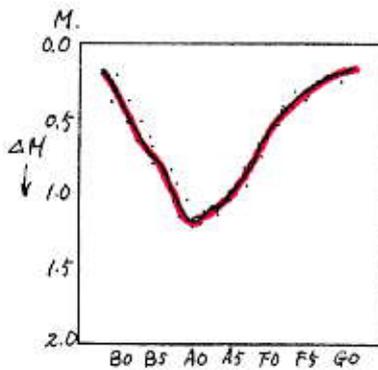


### § 3. 水素の負イオン

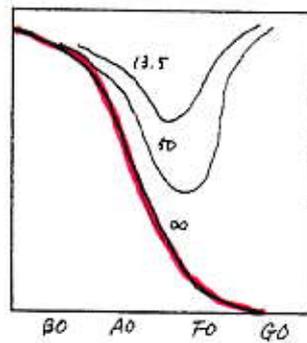
中性水素は高温星の連続吸収をうまく説明できるが、太陽あたりより低温の星では order が合わない。中性水素に対して  $\alpha_{\text{H}} / \alpha_{\text{H}}$  計算し、理論的な Balmer discontinuity (BD) を求めると、温度が下がると限りなく増大するという結果になる。ところが観測で得られる BD を温度に対して plot すると B<sub>0</sub>型から増大し A<sub>0</sub>型で最大になるが、これより低温の星では再び減少してしまう。明らかに低温星では中性水素とは何か別な連続吸収係数の機構があるに違いない。

先ず、金属による吸収が考えられた。しかし Panekoeck によれば、H/Metal ~ 1,000 とすれば、金属の吸収は僅かしか効かない。観測の BD と合わせようとするれば、H/Metal ~ 15 という小さい値になって矛盾を生ずる。

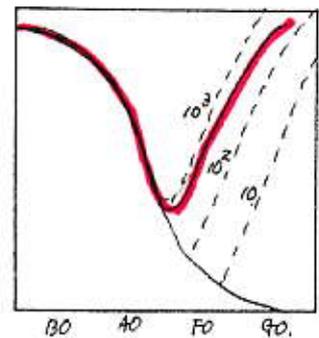
1939年、Wildt によつて A<sub>2</sub> ~ F<sub>0</sub>型より晩期の星に対して水素負イオン H<sup>-</sup> NEGATIVE HYDROGEN ION による輻射吸収が次第に重要になることが示唆され、遂には太陽の連続吸収機構として非常に重要となった。H<sup>-</sup> は中性水素に余分な電子が1個付着した系で、当時実験室ではまだ H<sup>-</sup> が分離されていなかったが、量子力学的には 1930 年に Bethe, Hylleraas がその存在を予言していた。



Barbier & Chalange の観測。



中性水素と金属の吸収に  
よるBDを理論的に計算  
 $P_e = 100 \text{ dyne/cm}^2$ 、図中の  
数字は H/Metal 値。50  
位か念いそうに思われる  
他の研究は 50 はもう少し  
は高い。



各線は  $P_e = 10, 10^2, 10^3$   
e.c.c. 場合、H<sup>-</sup> の吸収を  
考え、金属の吸収を考慮  
しない時。

H<sup>-</sup> による吸収過程には、中性水素の場合と同様に bound-free 吸収と free-free 吸収がある。著しい相違は bound-free 吸収に唯一の吸収帯しか存在しないという事実である。

中性水素原子内の1個の束縛電子は原子核のごく近くでは、核電荷を完全に遮蔽できず、原子の充分近くを通過する別の自由電子は核からの引力を受ける。そして、あるものは中性水素原子に捕獲されて H<sup>-</sup> を形成する。Chandrasekhar の詳しい計算により、この結合エネルギー（親和ポテンシャル AFFINITIVE POT.）は僅かに 0.749 eV で、H<sup>-</sup> には唯一の安定状態 (1s)<sup>2</sup> 1S<sub>0</sub> がある。

天体物理学的に興味があるのは、このようにポテンシャルが小さく、普通のスペクトル域や近赤外域のような低エネルギー光子であっても、吸収して容易に中性水素と自由電子に解離するからである。

温度 T, 電子圧 p<sub>e</sub> に対して H<sup>-</sup> イオンになる水素の割合は、サハの式から

$$N(H^-)/N(H) = \phi(T) \cdot p_e \quad (55)$$

但し

$$\log \phi(T) = -0.12 + 0.75 \theta - 2.5 \log T \quad (56)$$

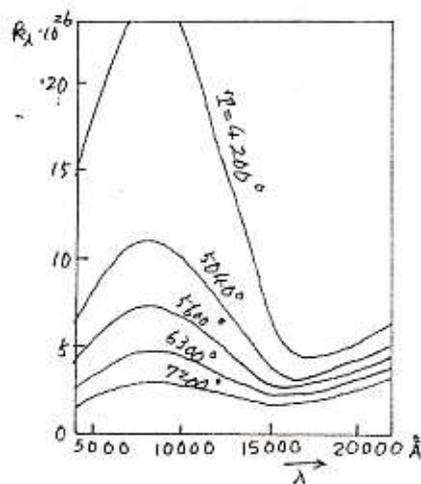
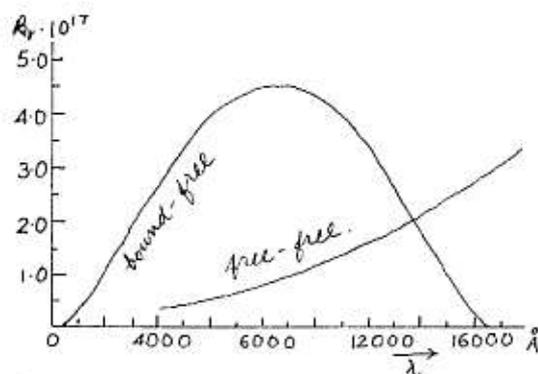
例えば T = 5,600 K, p<sub>e</sub> = 10 dyne/cm<sup>3</sup> から log {N(H<sup>-</sup>)/N(H)} = -7.82

従って

$$\{N(H^-)/N(H)\} = 1.51 \cdot 10^{-8} \quad (57)$$

負水素イオン1個当りの吸収係数を bound-free, free-free に分けて図示する(左図)。前者は 0.75eV に応じ、吸収帯の(長波長)端が 16,650 Å に始まり、短波長方向に次第に増大し、8,500 Å 近くで最大に達し、次いで再び減少する。後者の free-free 吸収は長波長方向へと単調に増大する。

H<sup>-</sup> の吸収係数の計算は非常に難しく、厳密な解析表示ができない。Chandrasekhar の求めた表を利用し、これにより bound-free, free-free を考慮した H<sup>-</sup> の吸収係数を種々の温度に対して図示した(右図)。これは中性水素の1個当たりで計算した値で、電子圧 p<sub>e</sub> = 1 dyne/cm<sup>2</sup> としてある。任意の p<sub>e</sub> に対する k<sub>λ</sub> (= α<sub>λ</sub>) は図から得られる k<sub>λ</sub> にその p<sub>e</sub> を掛ければよい。



#### § 4. 自由電子によるトムソン散乱 THOMSON SCATTERING BY FREE ELECTRONS

O, B型のような星では、非常に高温であるため水素は中性のままでは殆ど残っておらず、自由電子による輻射のトムソン散乱が重要になってくる。散乱過程は散乱粒子が、そこへ入射する光子の方向を変えるだけで、輻射エネルギーの熱エネルギーへの変換や、その逆過程は起こらない。従って、この場合には放出係数に対して Kirchhoffの法則を直接適用することはできない。

散乱係数は吸収係数のように普通の式 (4) で決められる。今 1 cc 中の自由電子の数を  $N_e$ , 自由電子 1 個当りの散乱係数を  $S_e$  とすれば、自由電子の散乱による輻射強度  $I_\nu$  の減少は

$$dI_\nu = -I_\nu S_e \cdot N_e \cdot ds \quad (58)$$

で決められる。ここで

$$S_e = \{8\pi/3\} \{e^2/mc^2\}^2 = 0.665 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 \quad (59)$$

これから判るように、自由電子による散乱は波長に無関係である。高温星の大気中に豊富にある陽子 (水素イオン  $H^+$ ) による散乱は、この散乱係数  $S_e$  よりかなり小さく、無視できる。

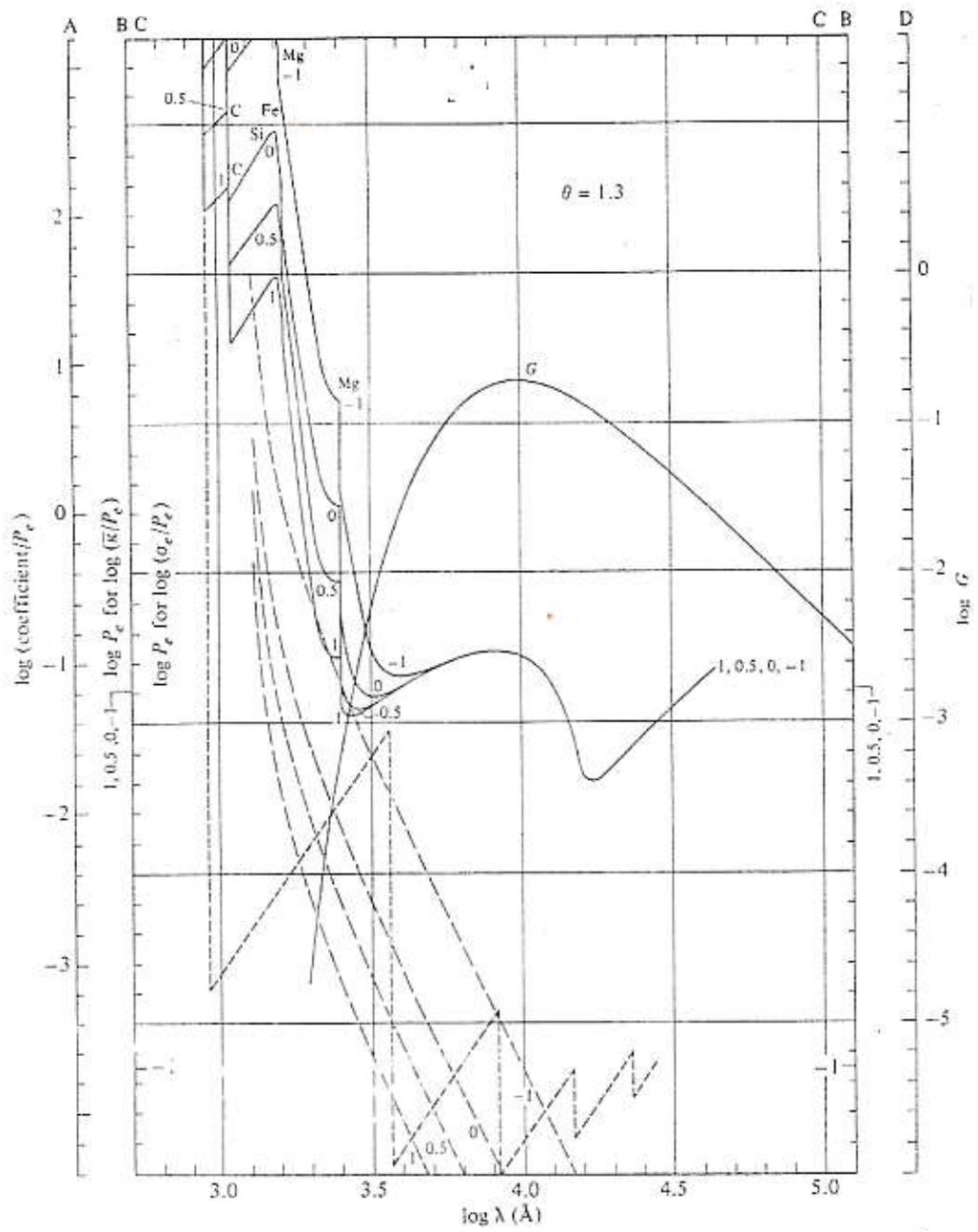


Fig. 3-12A

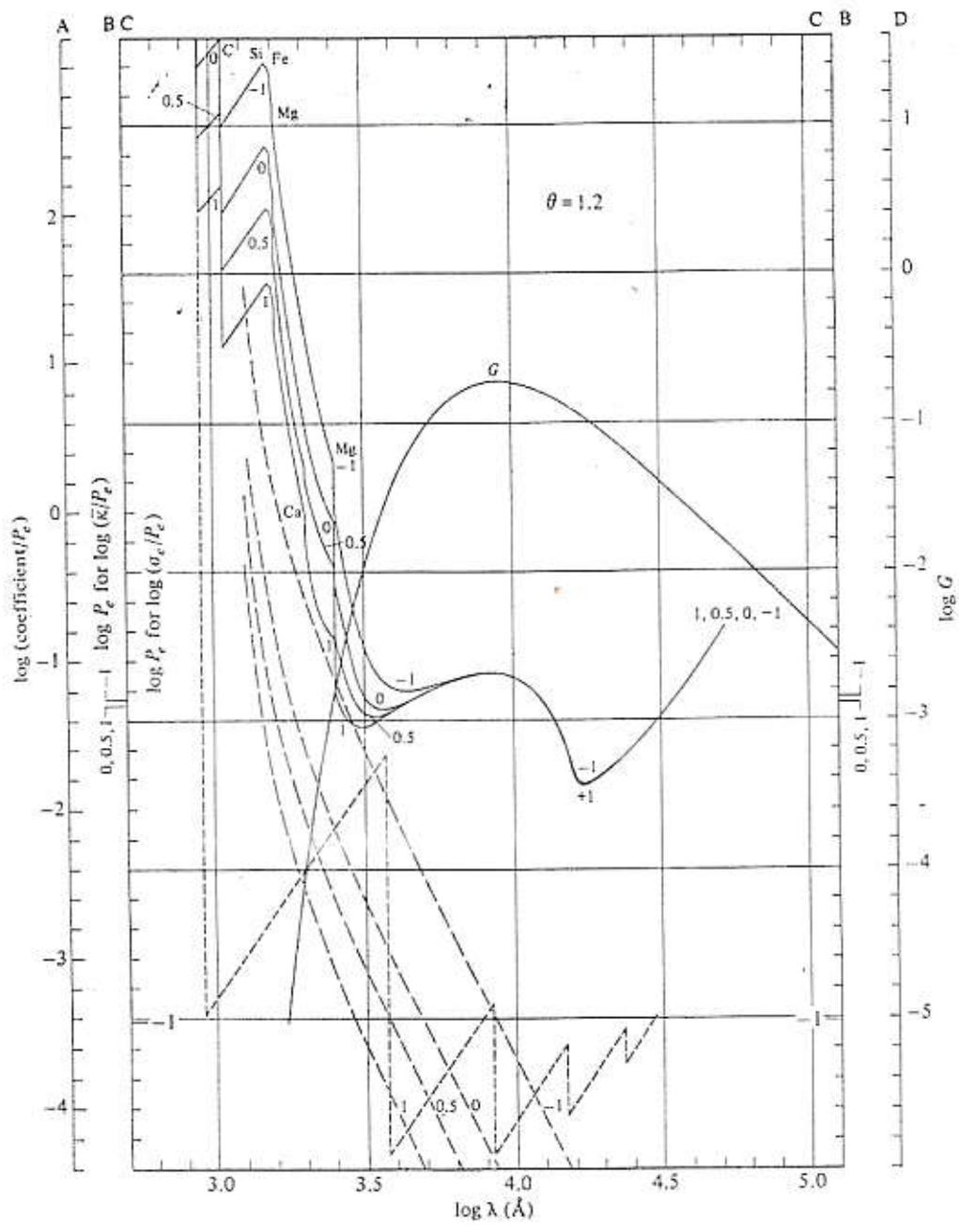


Fig. 3-12B

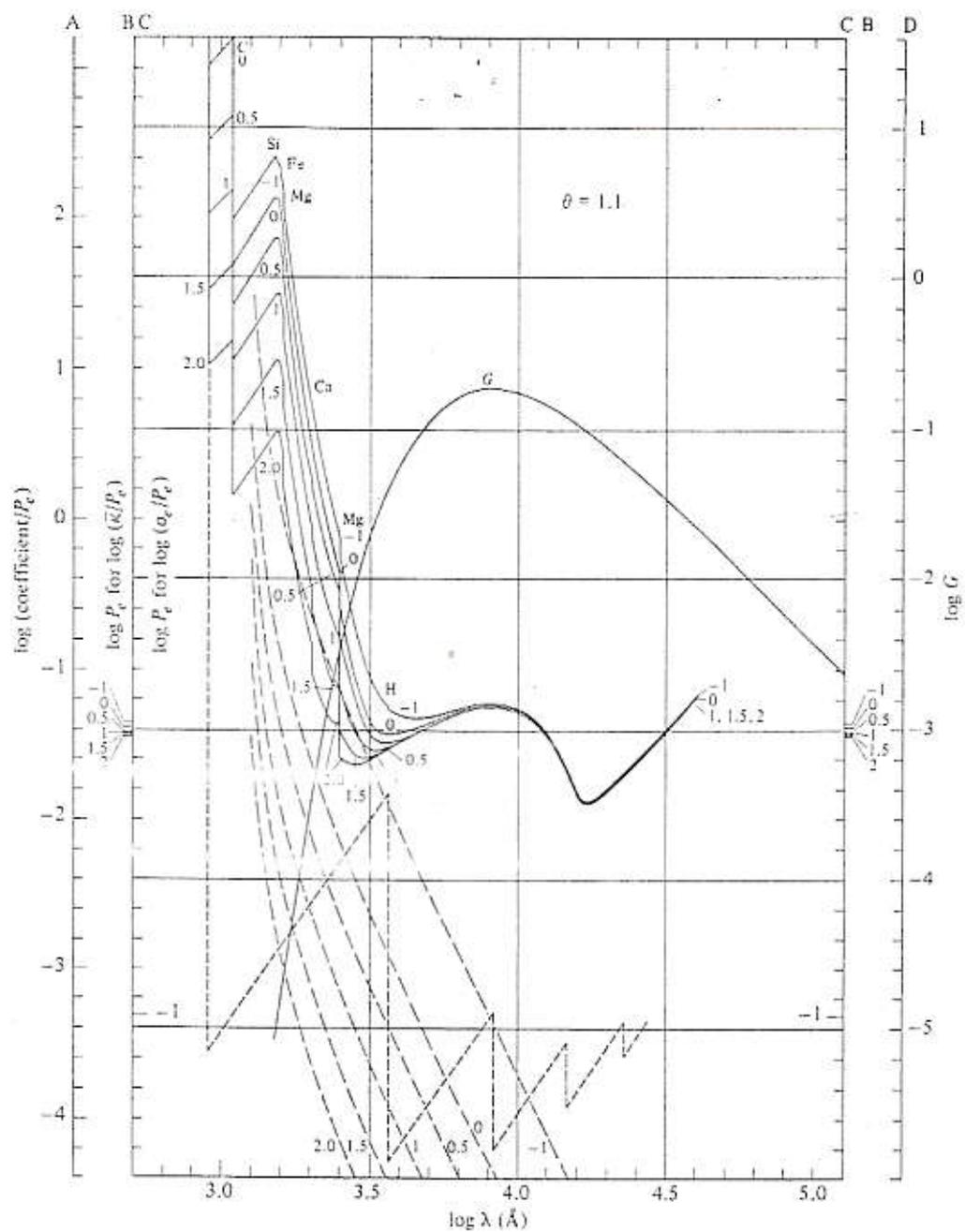


Fig. 3-12C

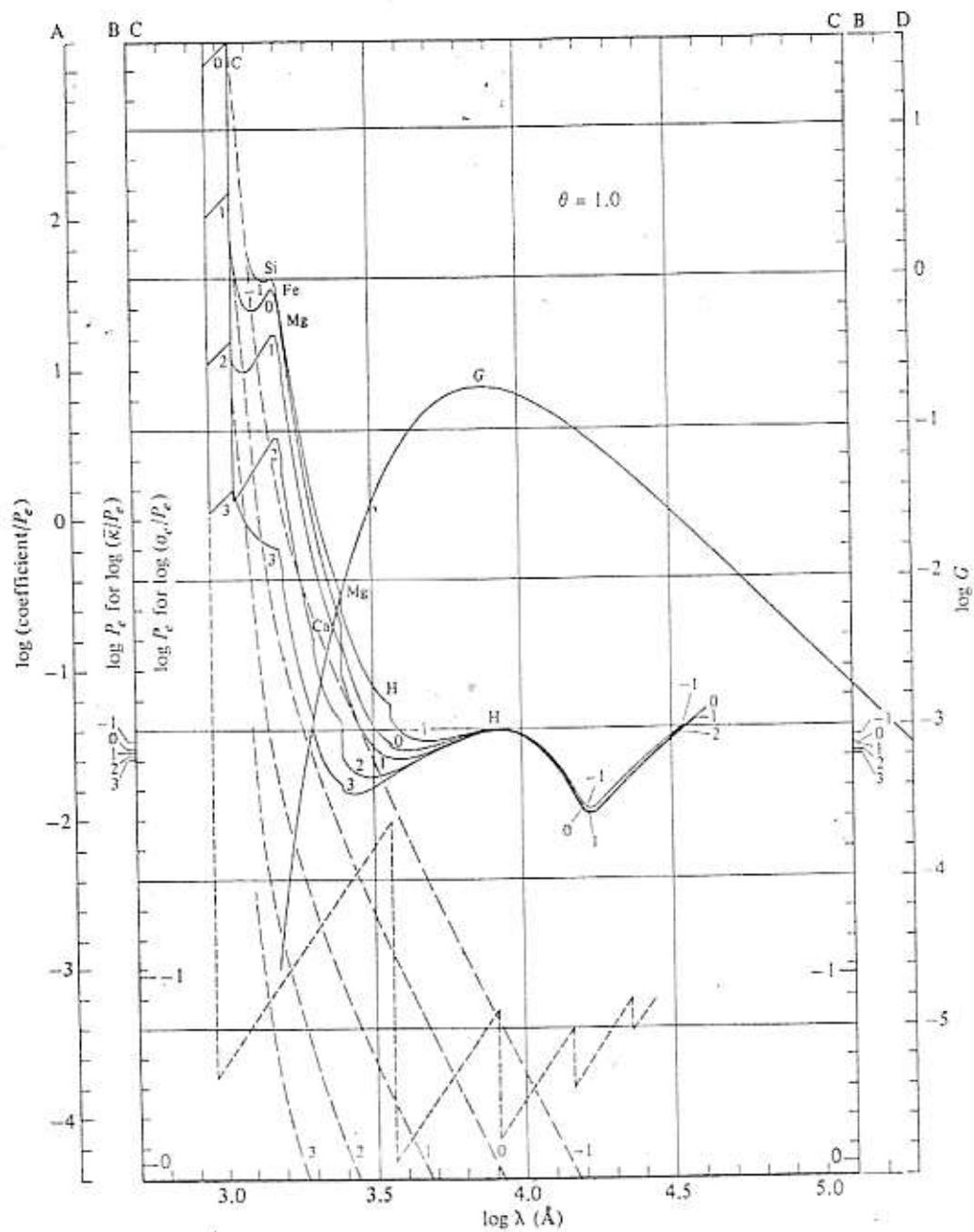


Fig. 3-12D *log.* *Bnd* *for* *10. P.*  
*n=1* *0* *2* *4* *4*

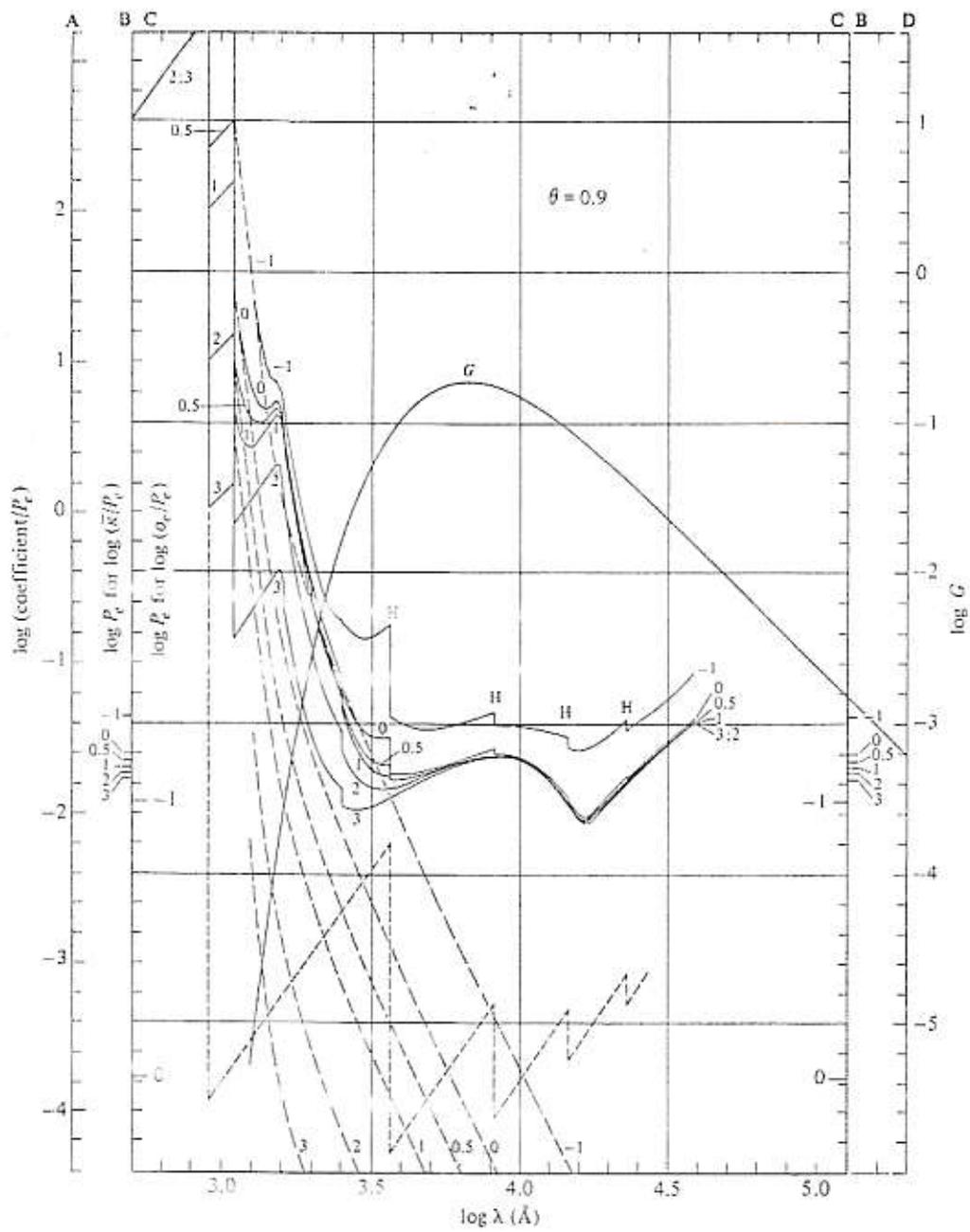


Fig. 3-12E

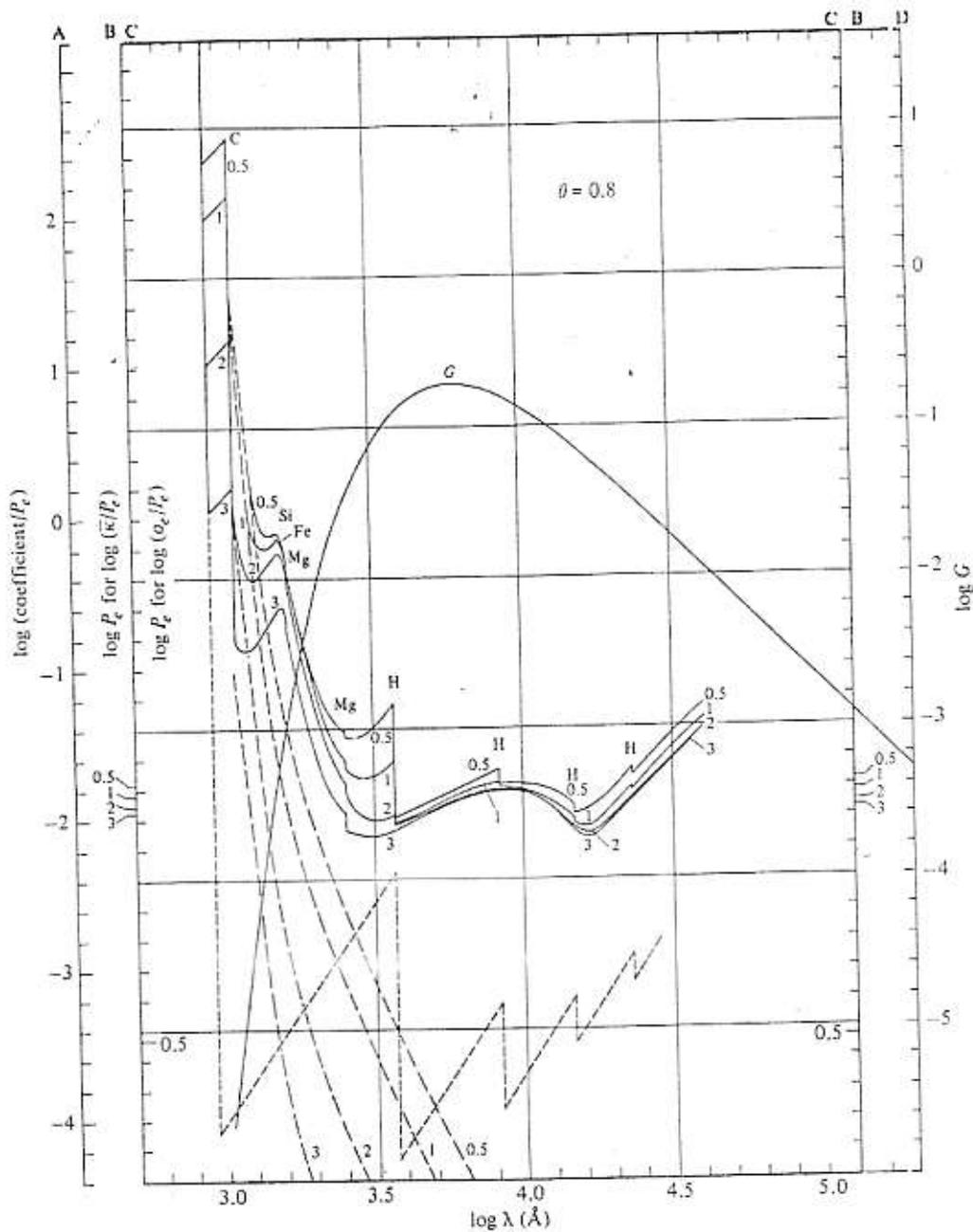


Fig. 3-12F

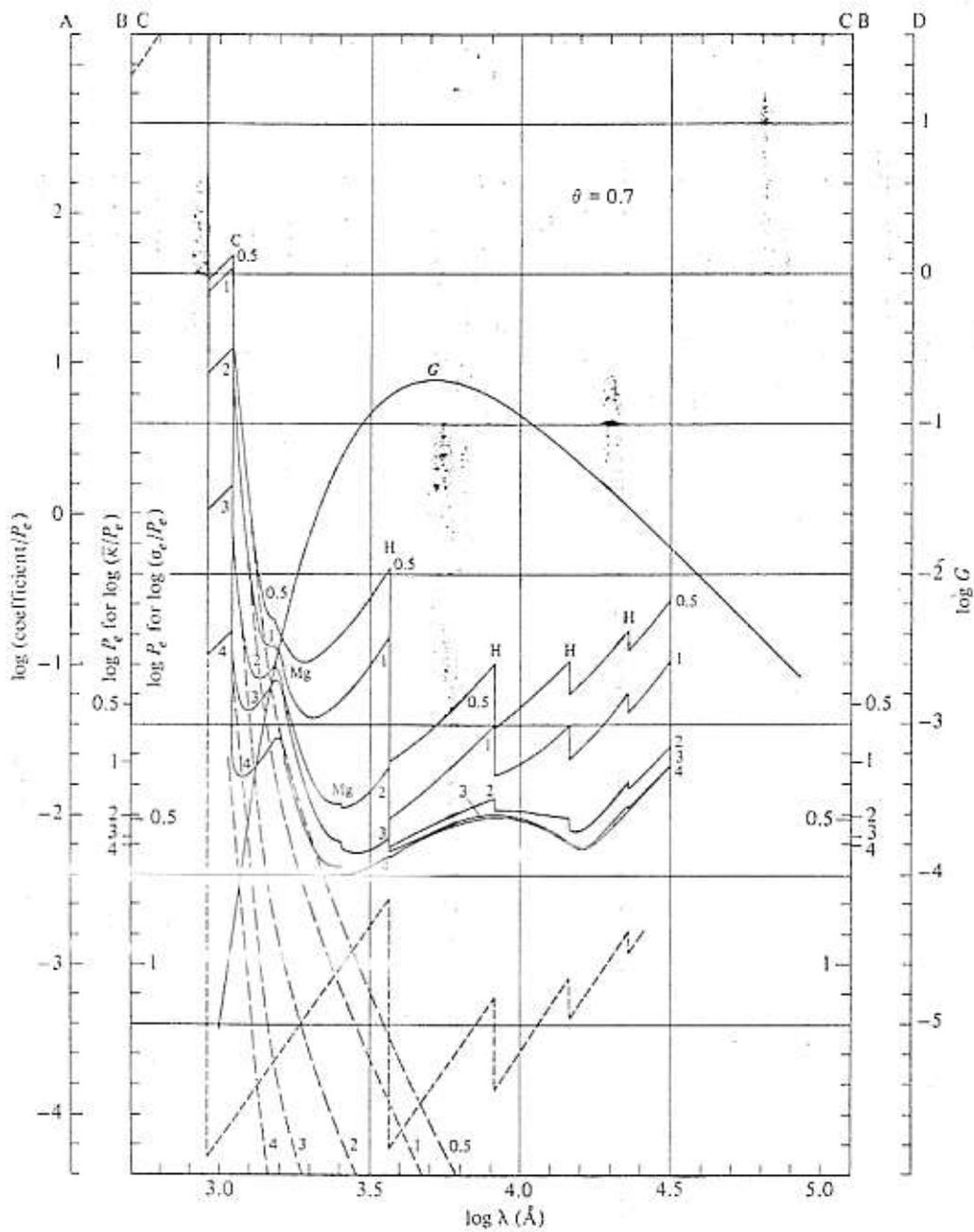


Fig. 3-12G

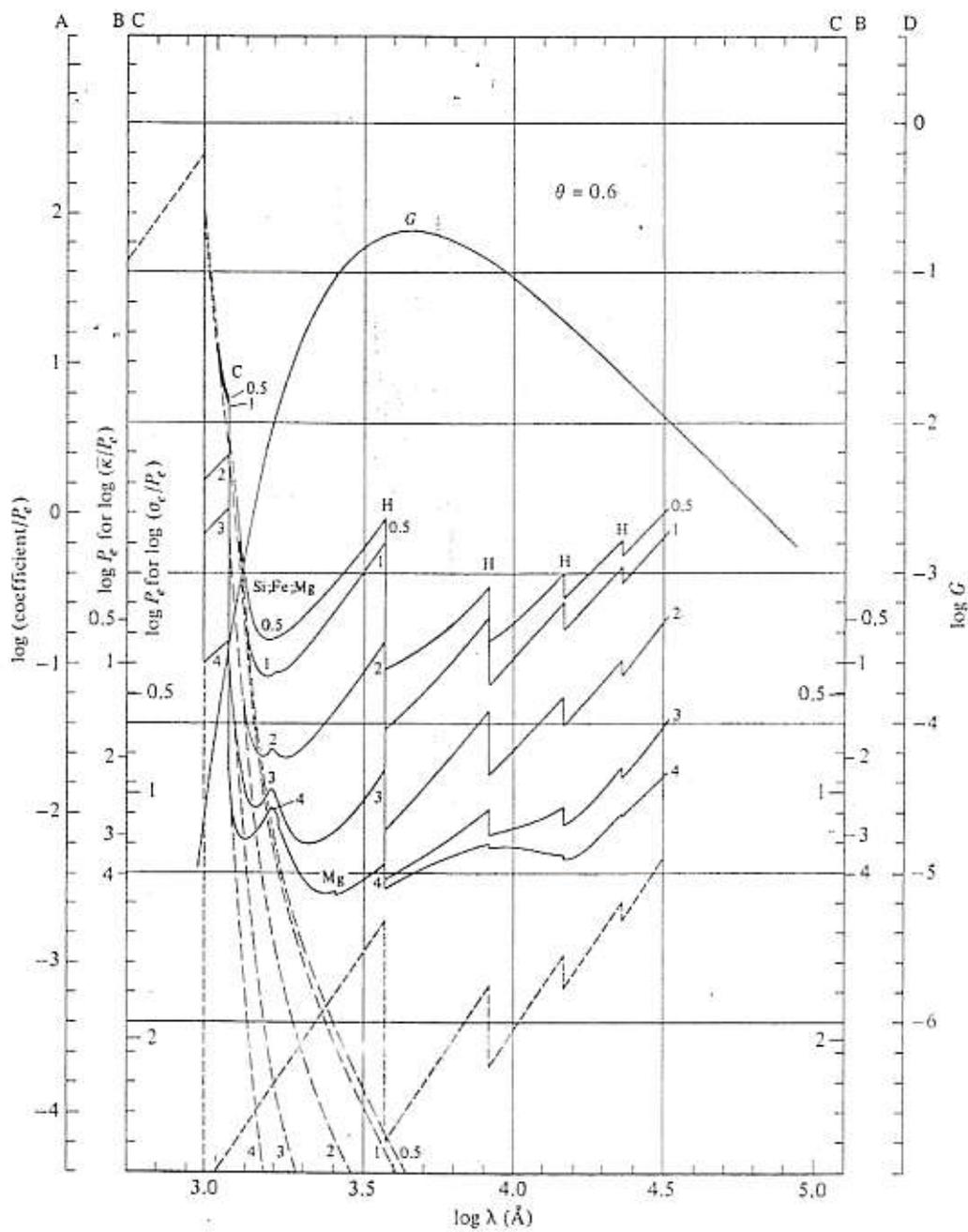


Fig. 3-12H

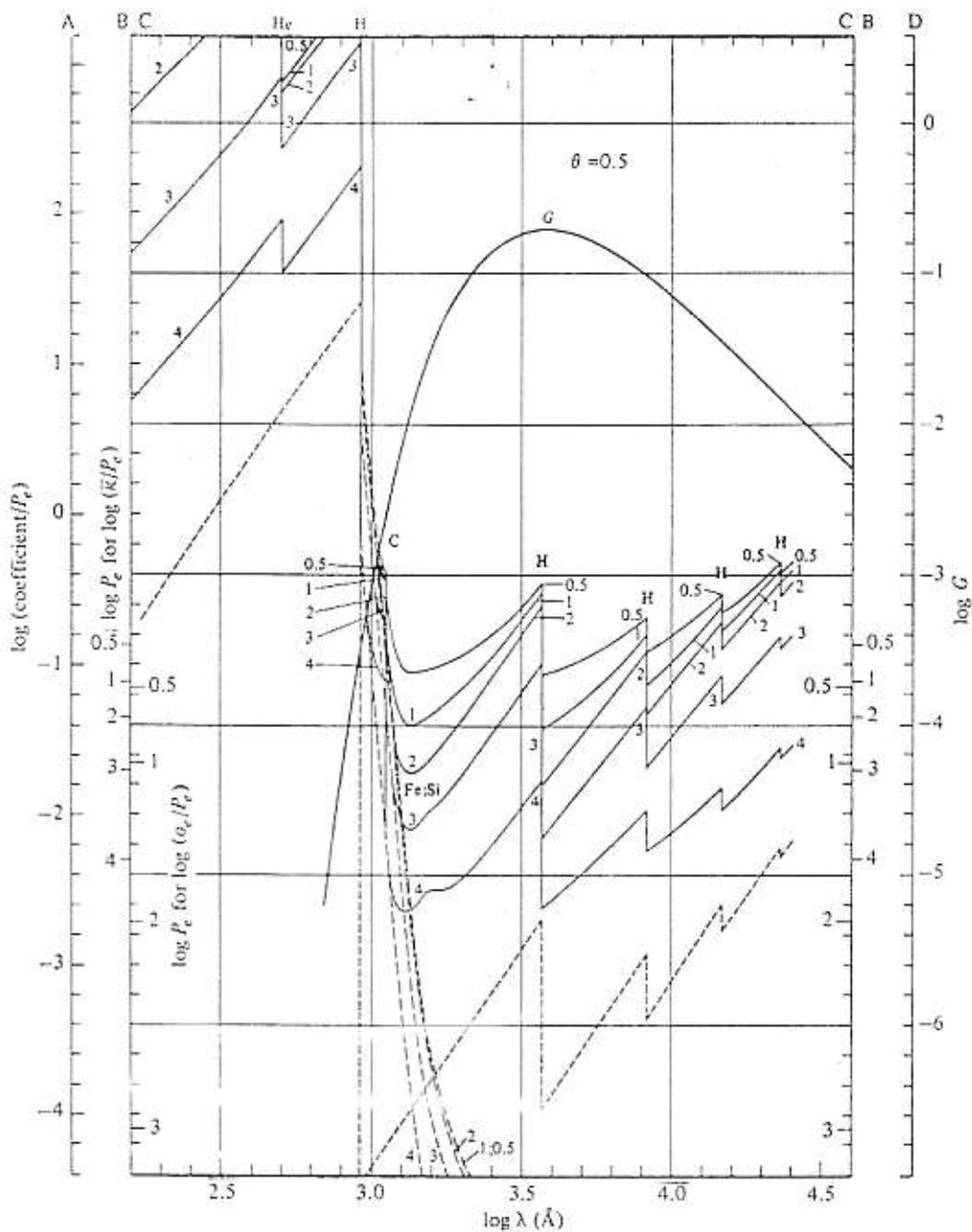


Fig. 3-121

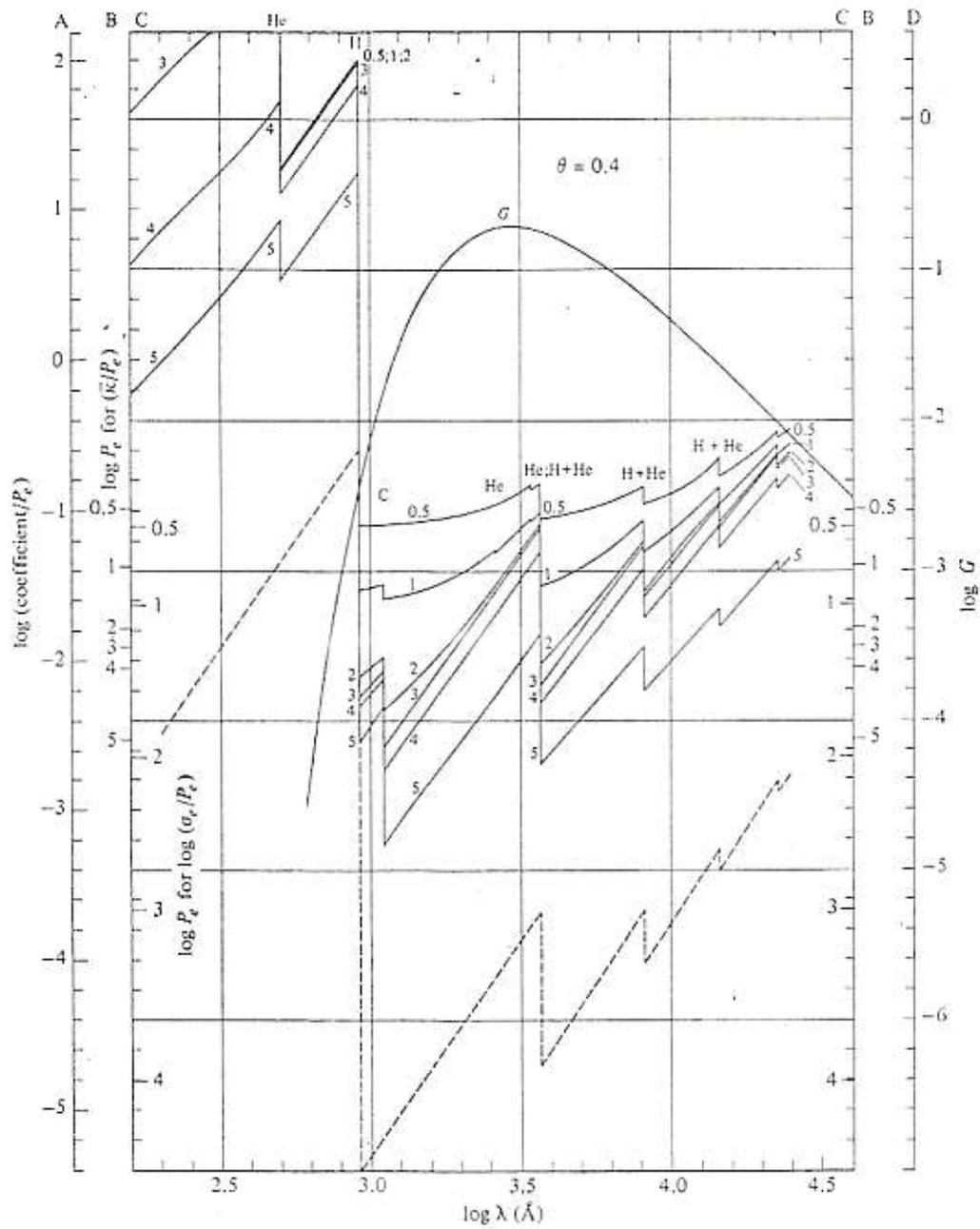


Fig. 3-12J

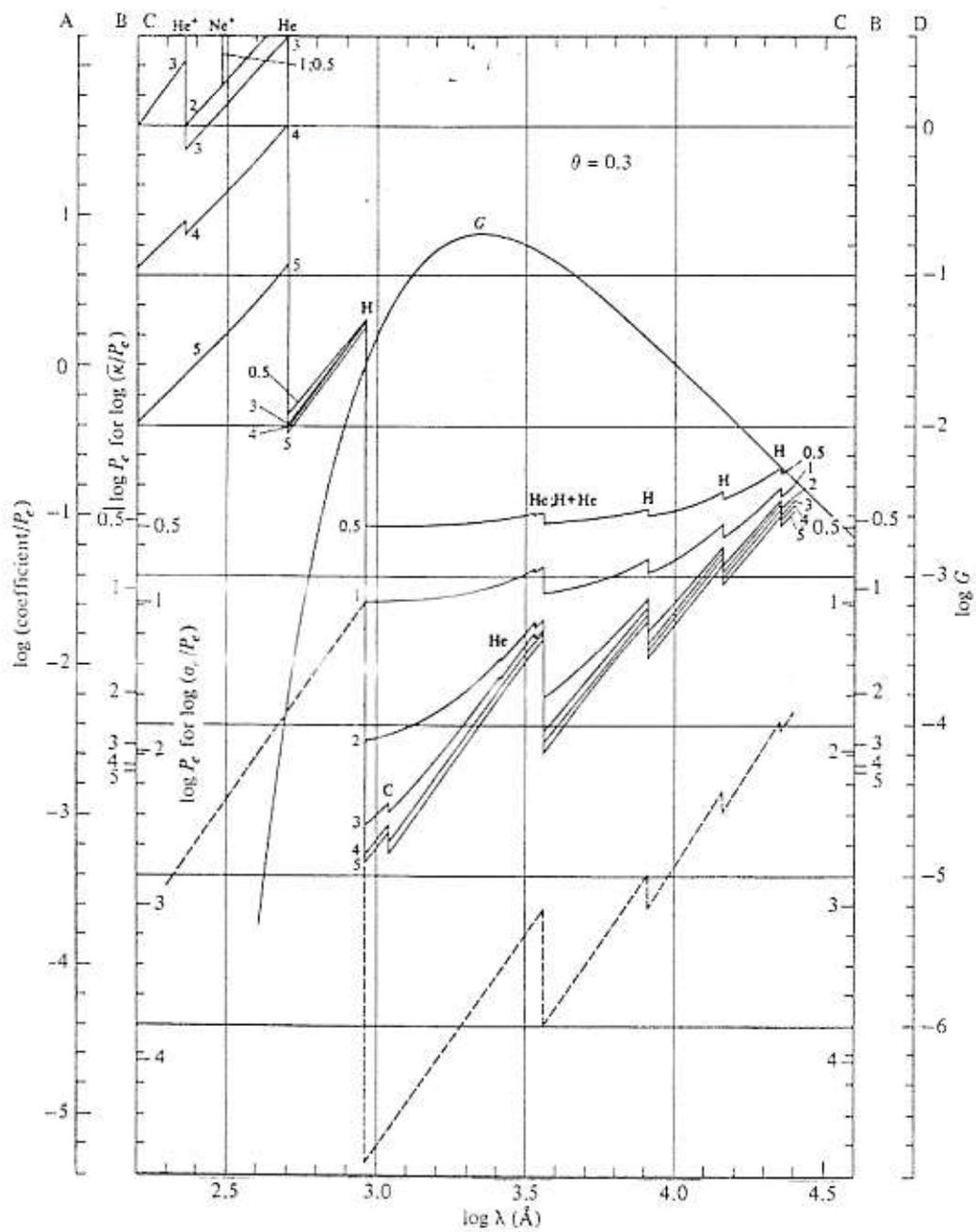


Fig. 3-12K

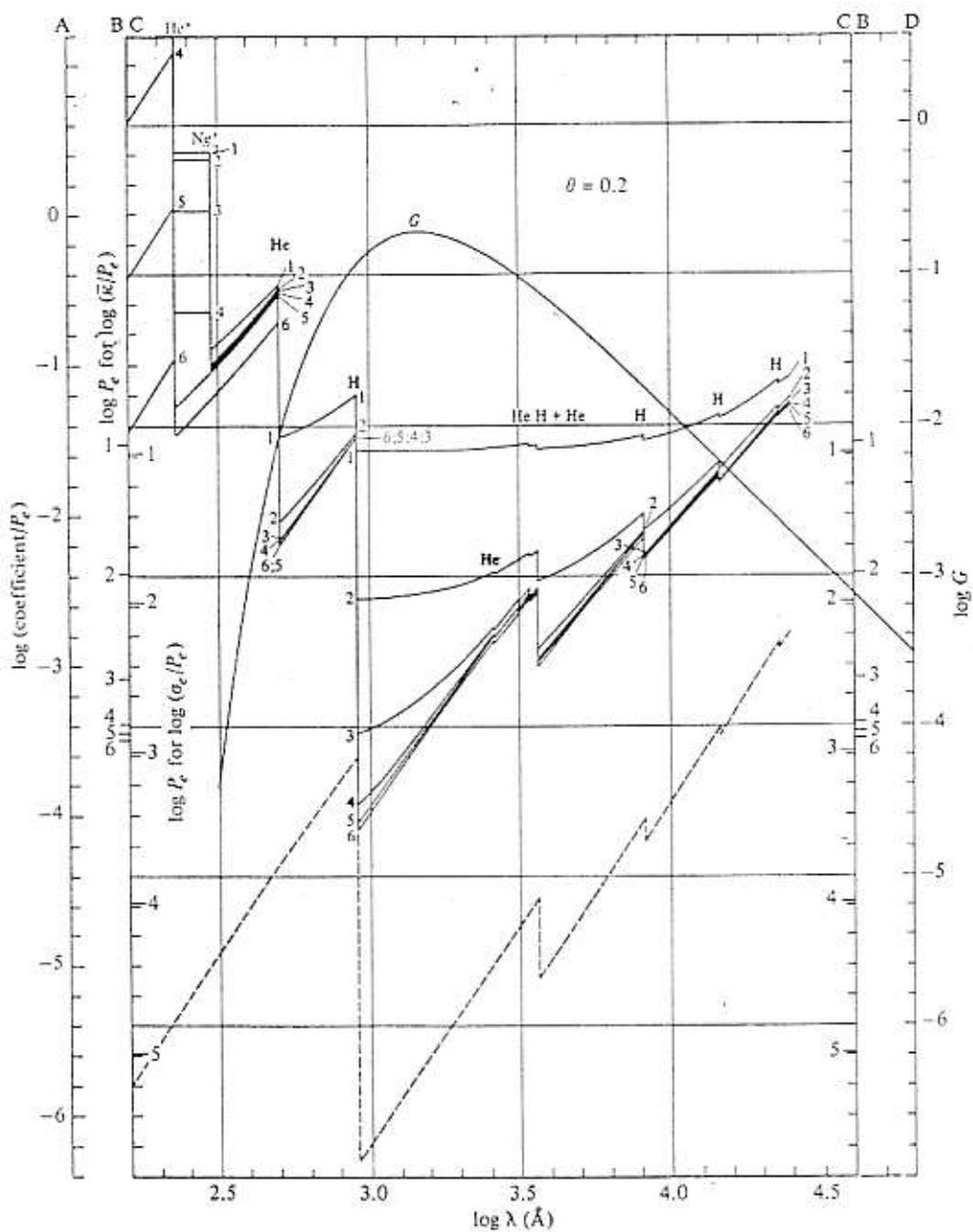


Fig. 3-12L

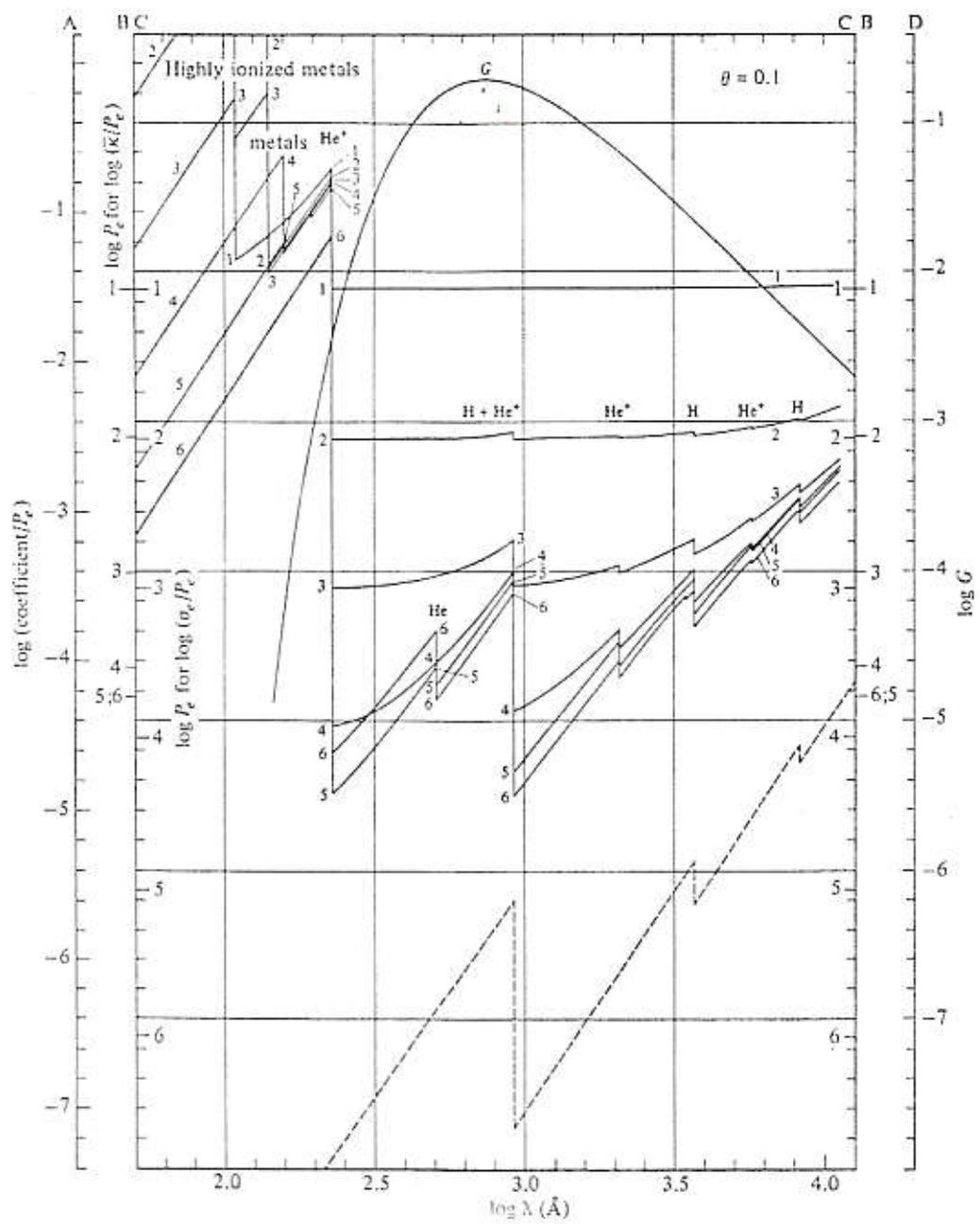


Fig. 3-12M

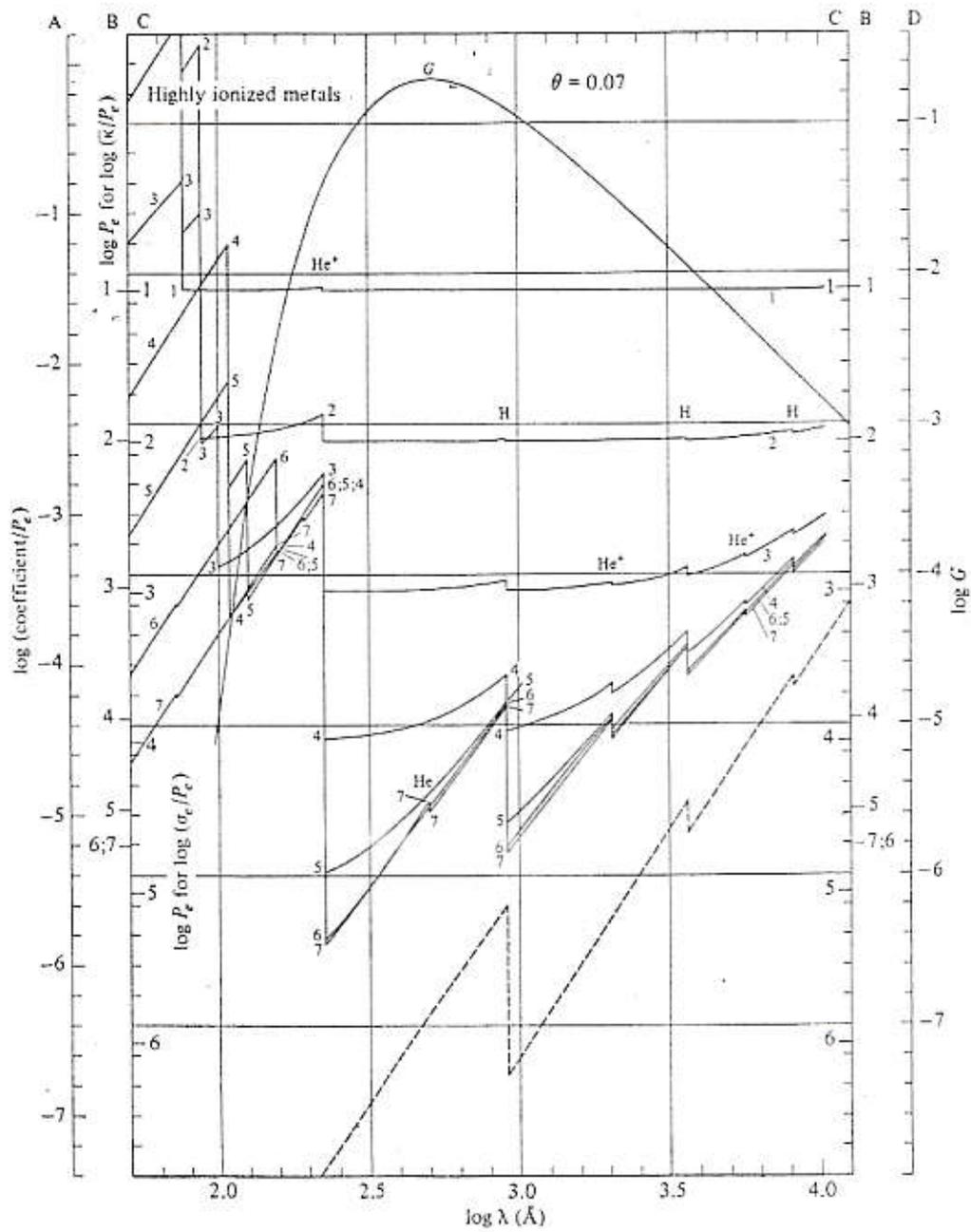


Fig. 3-12N

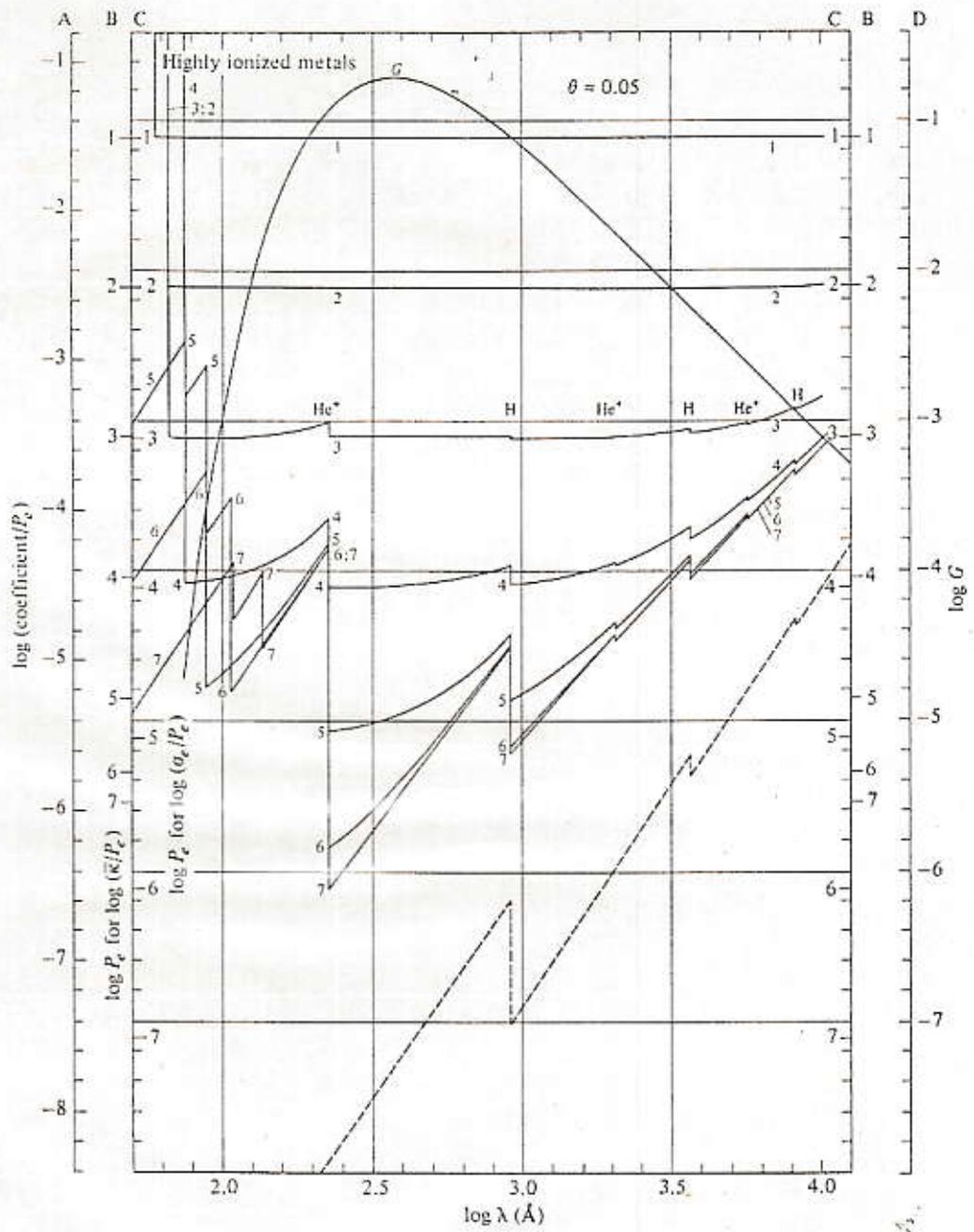


Fig. 3-120