

Chapter 6

恒星光球における原子の励起と電離

EXCITATION AND IONIZATION OF THE ATOMS IN THE STELLAR PHOTOSPHERE

- § 1. 熱力学的平衡 (TE)
- § 2. 原子の励起と電離
- § 3. 励起方程式 (ボルツマンの公式)
- § 4. 電離方程式 (サハの方程式)
- § 5. スペクトル系列の解釈
- § 6. 巨星と矮星のスペクトルの相異
- § 7. ガス圧と電子圧
- § 8. 太陽彩層の閃光スペクトル
- § 9. 熱力学的平衡からのずれ

Chapter 6

恒星光球における原子の励起と電離

EXCITATION AND IONIZATION OF THE ATOMS
IN THE STELLAR PHOTOSPHERE

§ 1. 熱力学的平衡 (TE) THERMODYNAMIC EQUILIBRIUM

天体物理学では0 Kから 10^{10} Kを越える高温物質を問題にするが、出発点となるのは定常状態である。超新星や変光星のようにその光度変化が観測され、明らかに定常でないものでも、1コマ1コマの定常的なスチール写真の一連の状態としてその変化を捉えることができる。

しかし、定常状態ということは決して熱力学的平衡状態を意味するものではない。太陽のような星の大気層を通過して表面から流出する輻射は、時間的にほぼ不変な流れであって、定常状態と見なせるが熱力学的平衡状態にはない。星からの輻射エネルギーの流出は各層間に温度の傾斜があることを示しているが、プランクの輻射場のように厳密な熱力学的平衡では温度差や温度傾斜は有り得ず、真流量は常に0になる。

それにもかかわらず、ある種の原子過程は熱力学的平衡状態の場合にごく近いことがあるので、少なくとも第一近似という意味で熱力学的平衡状態で成立つ幾つかの関係を知っておく必要がある。

熱エネルギーの出入りのない壁で囲まれた空洞に気体を封じ込むと、やがて気体粒子の行う各過程はすべてその逆過程と釣り合うようになる。例えば

非弾性衝突 (第1種衝突) INELASTIC COLLISION, 1ST KIND COLLISION

= 衝突励起 COLLISIONAL EXCITATION

超弾性衝突 (第2種衝突) SUPERELASTIC COLLISION, 2ND KIND COLLISION

= 衝突逆励起 COLLISIONAL DE-EXCITATION

を行う原子の数は毎秒、1 cc当り等くなる。このように各過程がそれぞれその逆過程と釣り合うことを微細平衡の原理 DETAILED BALANCING といい、このような粒子の集合は純粋熱力学的平衡にあるという。

熱力学は物質のマクロな性質を与えるが、天体物理学で利用し易く便利なのは統計力学である。これは原子が既知のエネルギー状態を持つという事実を利用しており、熱力学的平衡が前提となる。統計力学によってマクスウェルの速度分布法則、プランクの輻射法則、ボルツマンの励起法則、サハの電離法則などが導かれる。

§ 2. 原子の励起と電離 EXCITATION AND IONIZATION OF ATOMS

2. 1. 励起 EXCITATION

ここでは、便宜上原子のボア・モデル BOHR MODEL の用語を使い、必要に応じて量子力学的概念を用いる。原子は普通最低のエネルギー状態をとろうとする。すなわち、幾つかの束縛電子はできるだけ原子核に近く、エネルギーの低い軌道を、順次その軌道に許される数だけ満たしていく。気体の温度が高くなると、その原子は輻射場から、あるいは近傍の高速粒子（特に電子）との衝突によってエネルギーを供給される。原子は固有の振動数（従って固有の波長）の光子 PHOTON $h\nu_{ik}$ を吸収 ABSORB することができ、発光電子 OPTICAL ELECTRON と呼ばれる束縛電子の一つが低エネルギー準位 i から高エネルギー準位 k に移る。これを原子の励起 EXCITATION という。これにより原子の内部エネルギーは

$$E_{ik} = h\nu_{ik} = \epsilon_k - \epsilon_i \quad (1)$$

だけ増加する。ここで、 ϵ_i 、 ϵ_k はそれぞれ発光電子が i 、 k 軌道にある時の原子の内部エネルギーであり、普通、原子の取り得る種々の状態 STATE をこのように ϵ_i 、 ϵ_k に対応させてエネルギー準位 ENERGY LEVEL で現わす（グロトリアン図 GROTRIAN DIAGRAM）。多くの場合、内部エネルギーは状態間の差だけが問題になるので、基底状態 GROUND STATE の内部エネルギー ϵ_1 を 0 にとって、そこから電子をある準位に励起するのに必要なエネルギーをその準位の励起ポテンシャル EXCITATION POTENTIAL という。 ϵ_i は eV 単位で表わすことが多く、また (1) により振動数 FREQUENCY ν 、さらに波長 WAVE LENGTH $\lambda (=c/\nu)$ 、波数 WAVENUMBER $\tilde{\nu} (=1/\lambda = \nu/c)$ に対応させて表わすこともある。相互の関係は

$$1 \text{ eV} = 1.602 \ 192 \times 10^{-12} \text{ erg}$$

1 eV :

$$\nu_0 = 2.417 \ 965 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\tilde{\nu}_0 = 8 \ 065.46 \text{ cm}^{-1}$$

$$\lambda_0 = 12 \ 398.54 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

もし、上とは逆に電子が高準位 k から低準位 i に移る時、(1) 式に従って固有の光子 $h\nu_{ik}$ が放出 EMIT され、原子は逆励起 DE-EXCITE される。

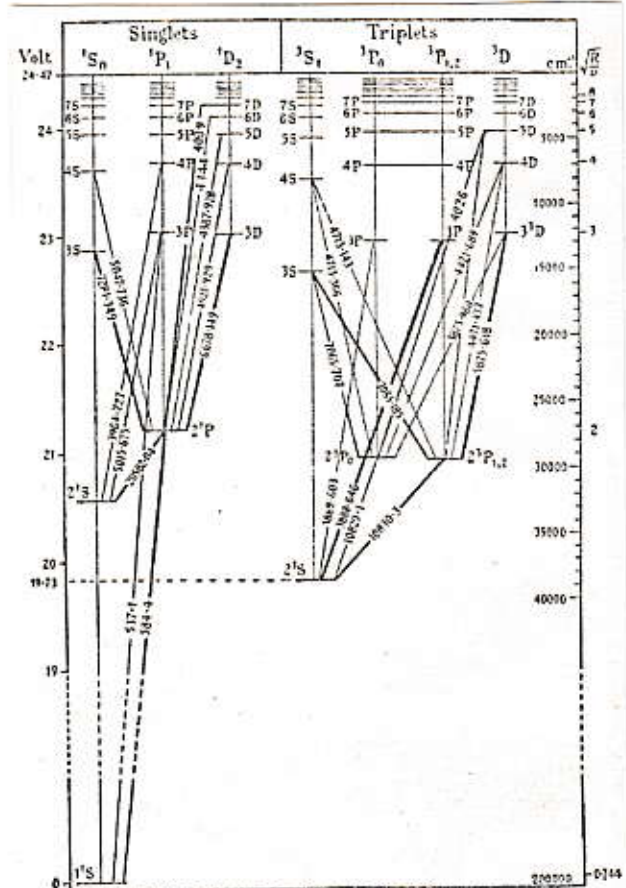


FIG. 4—TERM DIAGRAM FOR HELIUM

2. 2. 電離 IONIZATION

励起がある限界を越え、原子（あるいはイオン）がその束縛電子を失うことを電離 IONIZATION という。こうして中性原子は1価イオンと自由電子に分かれ、さらに2回目の電離によって2価イオンと2個の自由電子ができる。

電離の逆過程は再結合 RECOMBINATIONで、陽イオンは自由電子を捕獲 CAPTURE して1価低い陽イオン（または中性原子）に戻る。さらに中性原子が自由電子を捕獲すれば、負イオン NEGATIVE ION ができる（太陽光球での H^+ による連続吸収）。

元素の中性、1価イオン、2価イオン…を表わすのに、元素記号にローマ数字を付け、例えば $Ca I, Ca II, Ca III \dots$ のように書く。この電離状態 r に応じて各準位 i の励起ポテンシャルも $\epsilon_{r,i}$ などと表わすことにしよう。

原子（あるいはイオン）から発光電子が電離するには、どの軌道からでも起こり得るが、基底準位 ($\epsilon_{r,1} = 0$) からの電離に必要な最小エネルギーを電離ポテンシャル IONIZATION POTENTIAL χ_r とする。一般の励起準位 $\epsilon_{r,i}$ からの電離に必要な最小エネルギーをその準位の結合エネルギー BINDING ENERGY $\chi_{r,i}$ とする。明らかに

$$\chi_{r,i} + \epsilon_{r,i} = \chi_r \quad (2)$$

基底準位にある原子が、その χ_r より大きいエネルギーの光子 $h\nu$ を吸収すれば、その原子は光電電離 PHOTOELECTRIC IONIZATION するが、この時その発光電子はクーロン場の束縛から出て自由電子になるだけでなく、余分のエネルギーを運動エネルギー $\frac{1}{2}mv^2$ として持ち、速度 v で放出される。この時、光電効果の基本式

$$h\nu = \chi_r + \frac{1}{2}mv^2 \quad (3)$$

が成立つ。励起準位からの電離が起こる場合には、この代りに

$$h\nu = \chi_{r,i} + \frac{1}{2}mv^2 \quad (4)$$

が成立つ。

逆の再結合では電子はどの準位へでも捕獲されるから、それに応じて(3)、(4)の何れかに従って光子 $h\nu$ が放出される。

このように原子の電離・再結合、すなわち束縛-自由状態間の遷移 BOUND-FREE TRANSITION によって光子が吸収・放出される時、その光子のエネルギーは χ_r

(あるいは $\chi_{r,i}$) 以上でなければならないから、吸収・放出される輻射は

☆振動数 $\nu_r (= \chi_r/h)$ あるいは $\nu_{r,i} (= \chi_{r,i}/h)$ に下限を持ち、高振動数側に広がる、あるいは

☆波長 $\lambda_r (= c/\nu_r)$ あるいは $\lambda_{r,i} (= c/\nu_{r,i})$ に上限を持ち、短波長側に広がる

連続吸収・連続放出となる。

Config.	Desig.	J	Level	Interval	Config.	Desig.	J	Level	Interval
1s	1s ² S	½	0.000		16s, etc.	16s ² S, etc.	½, etc.	109250.33	
2p	2p ² P ^o	½	82258.907]]] 0.0354 0.3651	17s, etc.	17s ² S, etc.	½, etc.	109209.25	
2s	2s ² S	½	82258.942		18s, etc.	18s ² S, etc.	½, etc.	109340.25	
2p	2p ² P ^o	1½	82259.272		19s, etc.	19s ² S, etc.	½, etc.	109374.94	
3p	3p ² P ^o	½	97492.198]]] 0.010 0.1082 0.0361	20s, etc.	20s ² S, etc.	½, etc.	109404.57	
3s	3s ² S	½	97492.208		21s, etc.	21s ² S, etc.	½, etc.	109450.06	
3p, 3d	3p ² P ^o , 3d ² D	1½	97492.306		22s, etc.	22s ² S, etc.	½, etc.	109452.15	
3d	3d ² D	2½	97492.342]]] 0.004 0.0456 0.0152 0.0076	23s, etc.	23s ² S, etc.	½, etc.	109471.428	
4p	4p ² P ^o	½	102823.835		24s, etc.	24s ² S, etc.	½, etc.	109488.346	
4s	4s ² S	½	102823.839		25s, etc.	25s ² S, etc.	½, etc.	109503.274	
4p, 4d	4p ² P ^o , 4d ² D	1½	102823.881]]] 0.0078 0.0039 0.0024	26s, etc.	26s ² S, etc.	½, etc.	109516.513	
4d, 4f	4d ² D, 4f ² F ^o	2½	102823.896		27s, etc.	27s ² S, etc.	½, etc.	109528.309	
4f	4f ² F ^o	3½	102823.904		28s, etc.	28s ² S, etc.	½, etc.	109538.863	
5p	5p ² P ^o	½	105291.615]]] 0.001 0.0136 0.0045	29s, etc.	29s ² S, etc.	½, etc.	109548.345	
5s	5s ² S	½	105291.617		30s, etc.	30s ² S, etc.	½, etc.	109556.894	
5p, 5d	5p ² P ^o , 5d ² D	1½	105291.638		31s, etc.	31s ² S, etc.	½, etc.	109564.629	
5d, 5f	5d ² D, 5f ² F ^o	2½	105291.646]]] 0.014 0.0009 0.014	32s, etc.	32s ² S, etc.	½, etc.	109571.651	
5f, 5g	5f ² F ^o , 5g ² G	3½	105291.650		33s, etc.	33s ² S, etc.	½, etc.	109578.044	
5g	5g ² G	4½	105291.652		34s, etc.	34s ² S, etc.	½, etc.	109583.881	
6p	6p ² P ^o	½	106632.135]]] 0.001 0.0136 0.0045	35s, etc.	35s ² S, etc.	½, etc.	109589.225	
6s	6s ² S	½	106632.136		36s, etc.	36s ² S, etc.	½, etc.	109594.130	
6p, 6d	6p ² P ^o , 6d ² D	1½	106632.148		37s, etc.	37s ² S, etc.	½, etc.	109598.643	
6d, 6f	6d ² D, 6f ² F ^o	2½	106632.152]]] 0.0022 0.0014 0.0009	38s, etc.	38s ² S, etc.	½, etc.	109602.804	
6f, 6g	6f ² F ^o , 6g ² G	3½	106632.155		39s, etc.	39s ² S, etc.	½, etc.	109605.649	
6g, 6h	6g ² G, 6h ² H ^o	4½	106632.156		40s, etc.	40s ² S, etc.	½, etc.	109610.210	
6h	6h ² H ^o	5½	106632.157]]] 0.014 0.009 0.008	∞	∞ = Limit	∞	109678.758	
7s, etc.	7s ² S, etc.	½, etc.	107440.425 to .430		∞	∞ = Limit	∞	∞ = Limit	
8s, etc.	8s ² S, etc.	½, etc.	107965.036 to .045		∞	∞ = Limit	∞	∞ = Limit	
9s, etc.	9s ² S, etc.	½, etc.	108524.706 to .714	∞	∞ = Limit	∞	∞ = Limit		
10s, etc.	10s ² S, etc.	½, etc.	108581.98	∞	∞ = Limit	∞	∞ = Limit		
11s, etc.	11s ² S, etc.	½, etc.	108772.33	∞	∞ = Limit	∞	∞ = Limit		
12s, etc.	12s ² S, etc.	½, etc.	108917.11	∞	∞ = Limit	∞	∞ = Limit		
13s, etc.	13s ² S, etc.	½, etc.	109029.78	∞	∞ = Limit	∞	∞ = Limit		
14s, etc.	14s ² S, etc.	½, etc.	109119.18	∞	∞ = Limit	∞	∞ = Limit		
15s, etc.	15s ² S, etc.	½, etc.	109191.30	∞	∞ = Limit	∞	∞ = Limit		

HELIUM

He I

2 electrons

Z=2

Ground state $1s^2\ ^1S_0$ $1s^2\ ^1S_0\ 198305 \pm 15\ \text{cm}^{-1}$

I. P. 24.580 volts

Most of the terms are taken from Paschen-Götze with the term values subtracted from Paschen's limit as quoted by Robinson in 1937. Higher members of the $^1F^\circ$ and $^3F^\circ$ series are taken from Meggers and Dicke. The term $2p\ ^3P^\circ$ has been calculated from its combination with $2s\ ^3S_1$, using the resolved triplet as observed by Meggers, the intervals being $-0.073\ \text{cm}^{-1}$ and $-0.996\ \text{cm}^{-1}$. The components of $3p\ ^3P^\circ$ are based on Paschen's value of $3p\ ^3P_2^\circ$ and the intervals observed by Gibbs and Kruger; $-0.165\ \text{cm}^{-1}$ and $-0.192\ \text{cm}^{-1}$.

Some doubt exists regarding the correct classifications of lines attributed to doubly excited helium, such as those observed at 309.04 Å and 320.38 Å by Compton and Boyce, and at 320.392 Å and 357.507 Å by Kruger. Approximate theoretical computations of the energies of doubly excited levels have been made by a number of authors and are summarized by Wu. His classification of the line observed at 320.4 Å as $2p\ ^3P^\circ - 2p^2\ ^3P$ has been adopted and used for the calculation of $2p^2\ ^3P$.

Several references deal with intercombinations in He I, namely, those by Lyman, Hopfield, Paschen, Suga, and others. The term values based on the excellent long series have been adopted in the table, since it is believed that they are the most accurate.

REFERENCES

- F. Paschen und R. Götze, *Seriengesetze der Linienspektren* p. 22 (Julius Springer, Berlin, 1922). (T) (C L)
 T. Lyman, *Astroph. J.* **60**, 1 (1924). (T) (C L)
 K. T. Compton and J. C. Boyce, *J. Franklin Inst.* **205**, 497 (1928). (C L)
 F. Paschen, *Sitz. Berlin Akad. Wiss.* **30**, 662 (1929). (T) (C L)
 J. J. Hopfield, *Astroph. J.* **72**, 133 (1930). (T) (C L)
 P. G. Kruger, *Phys. Rev.* **36**, 855 (1930). (C L)
 R. C. Gibbs and P. G. Kruger, *Phys. Rev.* **37**, 1559 (1931). (T)
 W. F. Meggers and G. H. Dicke, *Bur. Std. J. Research* **9**, 121, RP462 (1932). (T) (C L)
 F. Paschen and R. Ritschl, *Ann. der Phys.* [5] **18**, 888 (1933). (T) (C L)
 H. E. White, *Introduction to Atomic Spectra* p. 209 (McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, N. Y., 1934). (G D)
 W. F. Meggers, *J. Research Nat. Bur. Std.* **14**, 487, RP781 (1935). (C L)
 T. Suga, *Sci. Papers Inst. Phys. Chem. Research (Tokyo)* **34**, No. 740, 16 (1937). (C L)
 H. A. Robinson, *Phys. Rev.* **51**, 14 (1937). (I P)
 P. Jacquinet, *Compt. Rend.* **203**, 1896 (1939). (C L)
 T.-Y. Wu, *Phys. Rev.* **66**, 291 (1944). (C L)
 W. F. Meggers, *J. Opt. Soc. Am.* **36**, 431 (1946). (Summary hfs)

He I

He I

Config.	Desig.	<i>J</i>	Level	Config.	Desig.	<i>J</i>	Level
1s ²	1s ² ¹ S	0	0 ± 15	1s 7s	7s ¹ S	0	195973. 19
1s 2s	2s ² S	1	159850. 318	1s 7p	7p ³ P ^o	2, 1, 0	196021. 72
1s 2s	2s ¹ S	0	166271. 70	1s 7d	7d ³ D	3, 2, 1	196064. 00
1s 2p	2p ³ P ^o	2 1 0	169081. 111 169081. 189 169082. 185	1s 7d	7d ¹ D	2	196064. 31
1s 2p	2p ¹ P ^o	1	171129. 148	1s 7f	7f ¹ F ^o	3	196065. 4
1s 3s	3s ² S	1	183231. 08	1s 7f	7f ³ F ^o	4, 3, 2	196065. 51
1s 3s	3s ¹ S	0	184859. 06	1s 7p	7p ¹ P ^o	1	196073. 41
1s 3p	3p ³ P ^o	2 1 0	185558. 92 185559. 085 185559. 277	1s 8s	8s ² S	1	196455. 79
1s 3d	3d ³ D	3, 2, 1	186095. 90	1s 8s	8s ¹ S	0	196529. 03
1s 3d	3d ¹ D	2	186099. 22	1s 8p	8p ³ P ^o	2, 1, 0	196561. 68
1s 3p	3p ¹ P ^o	1	186203. 62	1s 8d	8d ³ D	3, 2, 1	196589. 42
1s 4s	4s ² S	1	190292. 46	1s 8d	8d ¹ D	2	196589. 73
1s 4s	4s ¹ S	0	190934. 50	1s 8f	8f ¹ F ^o	3	196590. 3
1s 4p	4p ³ P ^o	2, 1, 0	191211. 42	1s 8f	8f ³ F ^o	4, 3, 2	196590. 42
1s 4d	4d ³ D	3, 2, 1	191438. 83	1s 8p	8p ¹ P ^o	1	196595. 56
1s 4d	4d ¹ D	2	191440. 71	1s 9s	9s ² S	1	196856. 37
1s 4f	4f ³ F ^o	4, 3, 2	191446. 61	1s 9s	9s ¹ S	0	196907. 18
1s 4f	4f ¹ F ^o	3	191447. 24	1s 9p	9p ³ P ^o	2, 1, 0	196929. 68
1s 4p	4p ¹ P ^o	1	191486. 95	1s 9d	9d ¹ D	2	196949. 49
1s 5s	5s ² S	1	193341. 33	1s 9d	9d ³ D	3, 2, 1	196949. 63
1s 5s	5s ¹ S	0	193657. 78	1s 9f	9f ¹ F ^o	3	196950. 3
1s 5p	5p ³ P ^o	2, 1, 0	193795. 07	1s 9f	9f ³ F ^o	4, 3, 2	196950. 38
1s 5d	5d ³ D	3, 2, 1	193911. 48	1s 9p	9p ¹ P ^o	1	196953. 95
1s 5d	5d ¹ D	2	193912. 54	1s 10s	10s ² S	1	197139. 76
1s 5f	5f ¹ F ^o	3	193914. 31	1s 10s	10s ¹ S	0	197176. 36
1s 5f	5f ³ F ^o	4, 3, 2	193915. 79	1s 10p	10p ³ P ^o	2, 1, 0	197192. 63
1s 5p	5p ¹ P ^o	1	193936. 75	1s 10d	10d ¹ D	2	197207. 08
1s 6s	6s ² S	1	194939. 46	1s 10d	10d ³ D	3, 2, 1	197207. 30
1s 6s	6s ¹ S	0	195169. 17	1s 10f	10f ¹ F ^o	4, 3, 2	197208. 0
1s 6p	6p ³ P ^o	2, 1, 0	195187. 21	1s 10p	10p ¹ P ^o	1	197210. 41
1s 6d	6d ³ D	3, 2, 1	195254. 37	1s 11s	11s ² S	i	197347. 05
1s 6d	6d ¹ D	2	195255. 02	1s 11p	11p ³ P ^o	2, 1, 0	197386. 98
1s 6f	6f ¹ F ^o	3	195256. 7	1s 11d	11d ¹ D	2	197397. 62
1s 6f	6f ³ F ^o	4, 3, 2	195256. 82	1s 11d	11d ³ D	3, 2, 1	197397. 75
1s 6p	6p ¹ P ^o	1	195269. 17	1s 11f	11f ¹ F ^o	4, 3, 2	197398. 6
1s 7s	7s ² S	1	195862. 63	1s 11p	11p ¹ P ^o	1	197460. 18
				1s 12s	12s ² S	1	197503. 60
				1s 12s	12s ¹ S	0	197524. 26

He I—Continued

He I—Continued

Config.	Desig.	<i>J</i>	Level	Config.	Desig.	<i>J</i>	Level
1s 12p	12p ³ P°	2, 1, 0	197534.44	1s 16d	16d ³ D	3, 2, 1	197876.41
1s 12d	12d ¹ D	2	197542.54	1s 16p	16p ¹ P°	1	197877.04
1s 12d	12d ³ D	3, 2, 1	197542.67	1s 17p	17p ³ P°	2, 1, 0	197922.51
1s 12p	12p ¹ P°	1	197544.50	1s 17d	17d ³ D	3, 2, 1	197925.33
1s 13s	13s ³ S	1	197624.08	1s 17p	17p ¹ P°	1	197925.87
1s 13p	13p ³ P°	2, 1, 0	197649.07	1s 18p	18p ³ P°	2, 1, 0	197964.03
1s 13s	13s ¹ S	0	197649.78	1s 18d	18d ³ D	3, 2, 1	197966.75
1s 13d	13d ¹ D	2	197655.19	1s 18p	18p ¹ P°	1	197966.80
1s 13d	13d ³ D	3, 2, 1	197655.47	1s 19p	19p ³ P°	2, 1, 0	197999.12
1s 13p	13p ¹ P°	1	197656.95	1s 19d	19d ³ D	3, 2, 1	198001.43
1s 14s	14s ³ S	1	197721.13	1s 19p	19p ¹ P°	1	198001.44
1s 14p	14p ³ P°	2, 1, 0	197739.90	1s 20p	20p ³ P°	2, 1, 0	198029.07
1s 14d	14d ¹ D	2	197744.918	1s 20p	20p ¹ P°	1	198031.02
1s 14d	14d ³ D	3, 2, 1	197744.94	1s 20d	20d ³ D	3, 2, 1	198031.41
1s 14p	14p ¹ P°	1	197746.15	1s 21p	21p ³ P°	2, 1, 0	198054.83
1s 15s	15s ³ S	1	197796.63	1s 21d	21d ³ D	3, 2, 1	198056.50
1s 15p	15p ³ P°	2, 1, 0	197813.11	1s 22p	22p ³ P°	2, 1, 0	198077.15
1s 15d	15d ³ D	3, 2, 1	197817.05				
1s 15p	15p ¹ P°	1	197818.12	He II (S _{1/2})	Limit		198395
1s 16p	16p ³ P°	2, 1, 0	197872.95	2p ²	2p ² ³ P	2, 1, 0	43198

August 1946.

He II

(H sequence; 1 electron)

Z=2Ground state 1s ²S_{1/2}1s ²S_{1/2} He³ 438889.040 cm⁻¹I. P. He³ 54.400 volts1s ²S_{1/2} He⁴ 438903.670 cm⁻¹I. P. He⁴ 54.403 volts

The levels have been calculated by J. E. Mack, "using $R_{He^3} = 109722.264$ and taking into account the fine structure as in hydrogen, but with $\Lambda = 0.0402 \pm 0.009$, from the work of Skinner and Lamb on the 2s-level. The tentative experimental indication that Λ decreases with increasing n has been neglected. Assuming $R_{He^4} = 109717.344$, the levels of He³ may be calculated to a close approximation from those of He⁴ by the equation

$$\text{Level}_{He^3, II} - \text{Level}_{He^4, II} = -(1 - n^{-2})19.630 \text{ cm}^{-1}."$$

Config.	Desig.	<i>J</i>	Level	Interval	Config.	Desig.	<i>J</i>	Level	Interval
$3p^4(^1S)4s$	$4s\ ^2S$	$\frac{3}{2}$	0.00		$3p^4(^1S)7g$	$7g\ ^2G$	$\left\{ \begin{array}{l} 3\frac{1}{2} \\ 4\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	86780.9	
$3p^4(^1S)3d$	$3d\ ^2D$	$\left\{ \begin{array}{l} 1\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	13630.212 13710.901	60.689	$3p^4(^1S)8d$	$8d\ ^2D$	$\left\{ \begin{array}{l} 1\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	87674.0 87675.7	1.7
$3p^4(^1S)4p$	$4p\ ^2P^o$	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2} \\ 1\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	25197.341 25214.227	222.886	$3p^4(^1S)8f$	$8f\ ^2F^o$	$\left\{ \begin{array}{l} 2\frac{1}{2} \\ 3\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	88847.0	
$3p^4(^1S)5s$	$5s\ ^2S$	$\frac{3}{2}$	52166.932		$3p^4(^1S)8g$	$8g\ ^2G$	$\left\{ \begin{array}{l} 3\frac{1}{2} \\ 4\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	88883.8	
$3p^4(^1S)4d$	$4d\ ^2D$	$\left\{ \begin{array}{l} 1\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	56839.309 56858.511	19.202	$3p^4(^1S)9d$	$9d\ ^2D$	$\left\{ \begin{array}{l} 1\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	89489.8 89490.8	1.0
$3p^4(^1S)5p$	$5p\ ^2P^o$	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2} \\ 1\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	60535.0 60613.2	78.2	$3p^4(^1S)9f$	$9f\ ^2F^o$	$\left\{ \begin{array}{l} 2\frac{1}{2} \\ 3\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	90800.0	
$3p^4(^1S)4f$	$4f\ ^2F^o$	$\left\{ \begin{array}{l} 2\frac{1}{2} \\ 3\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	68056.06		$3p^4(^1S)9g$	$9g\ ^2G$	$\left\{ \begin{array}{l} 3\frac{1}{2} \\ 4\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	90826.4	
$3p^4(^1S)6s$	$6s\ ^2S$	$\frac{3}{2}$	70677.61		$3p^4(^1S)10d$	$10d\ ^2D$	$\left\{ \begin{array}{l} 1\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	90755.3 90756.1	0.8
$3p^4(^1S)5d$	$5d\ ^2D$	$\left\{ \begin{array}{l} 1\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	72722.11 72730.77	8.66	$3p^4(^1S)10f$	$10f\ ^2F^o$	$\left\{ \begin{array}{l} 2\frac{1}{2} \\ 3\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	91838.0	
$3p^4(^1S)6p$	$6p\ ^2P^o$	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2} \\ 1\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	74485.3 74521.7	35.9	$3p^4(^1S)11d$	$11d\ ^2D$	$\left\{ \begin{array}{l} 1\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	91674.0	
$3p^4(^1S)5f$	$5f\ ^2F^o$	$\left\{ \begin{array}{l} 2\frac{1}{2} \\ 3\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	78027.8		$3p^4(^1S)12d$	$12d\ ^2D$	$\left\{ \begin{array}{l} 1\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	92360.9	
$3p^4(^1S)5g$	$5g\ ^2G$	$\left\{ \begin{array}{l} 3\frac{1}{2} \\ 4\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	[78163]		$3p^4(^1S)13d$	$13d\ ^2D$	$\left\{ \begin{array}{l} 1\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	92885.0	
$3p^4(^1S)7s$	$7s\ ^2S$	$\frac{3}{2}$	79449.9		$3p^4(^1S)14d$	$14d\ ^2D$	$\left\{ \begin{array}{l} 1\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	93299.6	
$3p^4(^1S)6d$	$6d\ ^2D$	$\left\{ \begin{array}{l} 1\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	80523.47 80523.06	4.59	$3p^4(^1S)15d$	$15d\ ^2D$	$\left\{ \begin{array}{l} 1\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	93628.8	
$3p^4(^1S)6f$	$6f\ ^2F^o$	$\left\{ \begin{array}{l} 2\frac{1}{2} \\ 3\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	83453.4		$3p^4(^1S)16d$	$16d\ ^2D$	$\left\{ \begin{array}{l} 1\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	93896.4	
$3p^4(^1S)6g$	$6g\ ^2G$	$\left\{ \begin{array}{l} 3\frac{1}{2} \\ 4\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	83540.9		Ca III (1S_0)	Limit	-----	95743.0	
$3p^4(^1S)8s$	$8s\ ^2S$	$\frac{3}{2}$	84302.6						
$3p^4(^1S)7d$	$7d\ ^2D$	$\left\{ \begin{array}{l} 1\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	84935.4 84938.3	2.9					
$3p^4(^1S)7f$	$7f\ ^2F^o$	$\left\{ \begin{array}{l} 2\frac{1}{2} \\ 3\frac{1}{2} \end{array} \right\}$	86727.5						

(K I sequence; 19 electrons)

 $Z=20$ Ground state $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 4s\ ^2S_{1/2}$ $4s\ ^2S_{1/2}$ 95748.0 cm^{-1}

I. P. 11.87 volts

The analysis is chiefly from the paper by Saunders and Russell, who extended the earlier work on this spectrum. Their estimated value of $5g\ ^2G$ is entered in brackets. The terms $nd\ ^2D$ ($n=11$ to 16) and $nf\ ^2F^o$ ($n=8$ to 10) have been added from an unpublished manuscript by Shenstone who made additional observations in the region between 2897 Å and 3758 Å. Shenstone has also generously furnished his recent unpublished observations of the pair of lines at 8927.34 Å and 8912.10 Å, having intensities 20 and 15, respectively, and classified as $4d\ ^2D-4f\ ^2F^o$. These lines have been used to calculate the value of $4f\ ^2F^o$ listed in the table.

The three-place entries are quoted from Wagman's paper. They are derived from his observations made with the interferometer. The writer has made slight adjustments in the rest of the term values in order to fit the various sets of observations together.

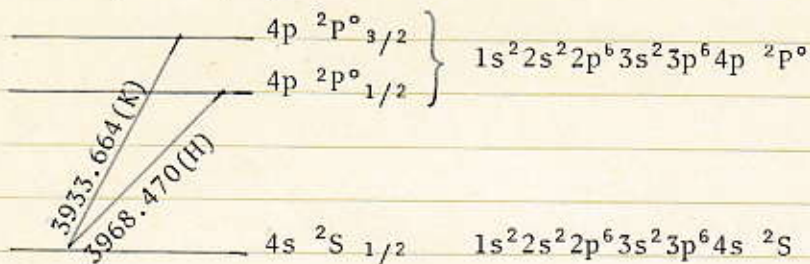
A monograph on this spectrum is needed.

REFERENCES

- F. A. Saunders and H. N. Russell, *Astroph. J.* 62, 1 (1925). (I P) (T) (C L)
 H. E. White, *Introduction to Atomic Spectra*, p. 97 (McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, N. Y., 1934). (E D)
 N. E. Wagman, *Univ. Pittsburgh Bul.* 34, 1 (1937). (T) (C L)
 A. G. Shenstone, unpublished material (1930, 1946). (T) (C L)

Ca II ($Z = 20$)

K I sequence (19)



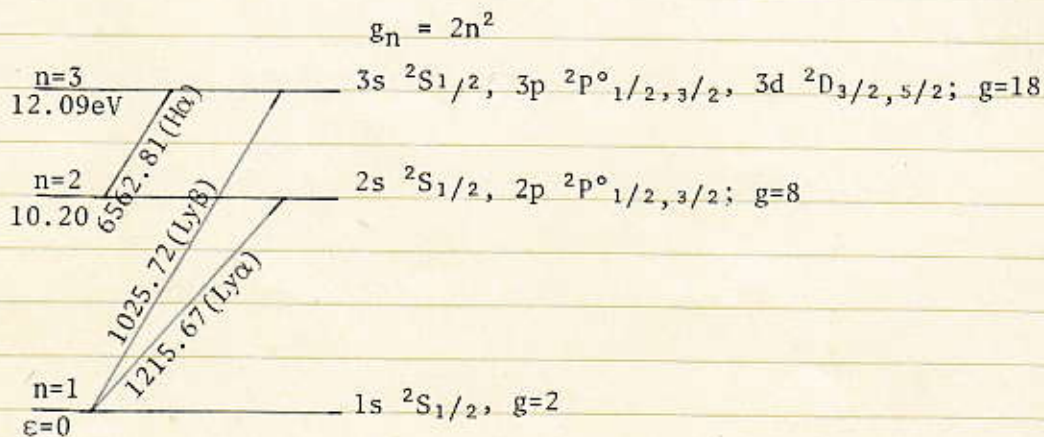
$$4p \ ^2P^o_{3/2} : (2J+1) = 4, \quad \text{for } J = 3/2$$

$$4p \ ^2P^o_{1/2} : (2J+1) = 2, \quad \text{for } J = 1/2$$

$$4p \ ^2P^o : (2L+1)(2S+1) = 6, \quad \text{for } L = 1, S = 1/2; J = 3/2 \ \& \ 1/2$$

$$4s \ ^2S_{1/2} : (2L+1)(2S+1) = 2, \quad \text{for } L = 0, S = 1/2; J = 1/2$$

H I ($Z = 1$)
 $n = 1, 2, \dots$ Lyman, Balmer, Paschen, Brackett, Pfund, Humphreys

 $L = 0, 1, \dots, n-1$
 $m_L = -L, -(L-1), \dots, 0, \dots, (L-1), L$
 $m_S = -1/2, +1/2$


§ 3. 励起方程式 EXCITATION EQUATION (ボルツマンの公式)

ある元素の r 価イオンの中、エネルギー準位 i (励起ポテンシャル $\varepsilon_{r,i}$) にあるものの 1 cc 当りの粒子密度 (i 準位の滞在数 OCCUPATION) を $N_{r,i}$ とすれば、熱力学的平衡の時、ボルツマン BOLTZMANN の公式

$$N_{r,i}/N_{r,1} = (g_{r,i}/g_{r,1}) \exp \{ -(\varepsilon_{r,i} - \varepsilon_{r,1}) / k T \} \quad (1)$$

が成立つ。ここで $g_{r,i}$ は i 準位の統計的荷重 STATISTICAL WEIGHT (あるいは縮退自由度 DEGREE OF DEGENERACY) で、そのエネルギー準位 $\varepsilon_{r,i}$ に含まれる原子の異なる状態の数を表わす。それらは普段は 1 つのエネルギー値 $\varepsilon_{r,i}$ に縮退していても、(外部磁場などの作用で) 縮退が完全に解けた時にそれが分離する状態の数、あるいは量子力学的な言葉を使えば、そのエネルギー $\varepsilon_{r,i}$ に属する線形独立な固有状態の数を表わしている。方位量子数 L 、スピン量子数 S で表わされる項に対して

$$g_{LS} = (2L + 1)(2S + 1) \quad (2)$$

全角運動量量子数 J の準位に対しては

$$g_J = (2J + 1) \quad (2')$$

水素の主量子数 n の項に対しては

$$g_n = 2n^2 \quad (2'')$$

である。

k はボルツマンの常数 BOLTZMANN'S CONST で

$$\begin{aligned} k &= 1.38062 \times 10^{-16} \text{ erg deg}^{-1} \\ &= 8.6171 \times 10^{-5} \text{ eV deg}^{-1} \end{aligned}$$

(1) 式で、エネルギーを eV 単位で表わして、常用対数をとれば

$$\log (N_{r,i}/N_{r,1}) = -(5040/T)(\varepsilon_{r,i} - \varepsilon_{r,1}) + \log (g_{r,i}/g_{r,1}) \quad (\varepsilon \text{ in eV}) \quad (3)$$

と書くことができる。

例として、中性水素の第 2 準位の基底準位との相対滞在数を、温度 $T = 4,000 \sim 20,000 \text{ K}$ に対して比較してみると図のようになる。一般に第 2 準位の滞在数は基底準位に比べて極めて僅かであるが、しかしそれ自体は温度とともに急激に増加してゆくことがわかる。

星のスペクトルで、 i 準位、 j 準位からの遷移で生ずる吸収線の強度比を測定し、(両遷移の遷移確率を考慮して、両準位の相対滞在数を観測的に求めれば、(1) 式により温度が求められる。この温度を励起温度 EXCITATION TEMPERATURE と言う。

次に、 r 価イオン全部 $N_r (= \sum_i N_{r,i})$ に対する i 準位滞在数 $N_{r,i}$ の比を求めるには

$$\begin{aligned} N_r &= N_{r,1} + N_{r,2} + N_{r,3} + \dots \\ &= (N_{r,1}/g_{r,1}) \{g_{r,1} + g_{r,2} \cdot \exp(-\varepsilon_{r,2}/kT) + g_{r,3} \cdot \exp(-\varepsilon_{r,3}/kT) \dots\} \\ &= (N_{r,1}/g_{r,1}) \cdot u_r(T) \end{aligned}$$

と置けば

$$N_{r,i}/N_r = g_{r,i}/u_r(T)$$

だから、この式と

$$N_{r,i}/N_{r,1} = (g_{r,i}/g_{r,1}) \cdot \exp(-\varepsilon_{r,i}/kT) \quad (\text{基底状態: } \varepsilon_{r,1} = 0) \quad (1')$$

を組み合わせると

$$N_{r,i}/N_r = \{g_{r,i}/u_r(T)\} \cdot \exp(-\varepsilon_{r,i}/kT) \quad (4)$$

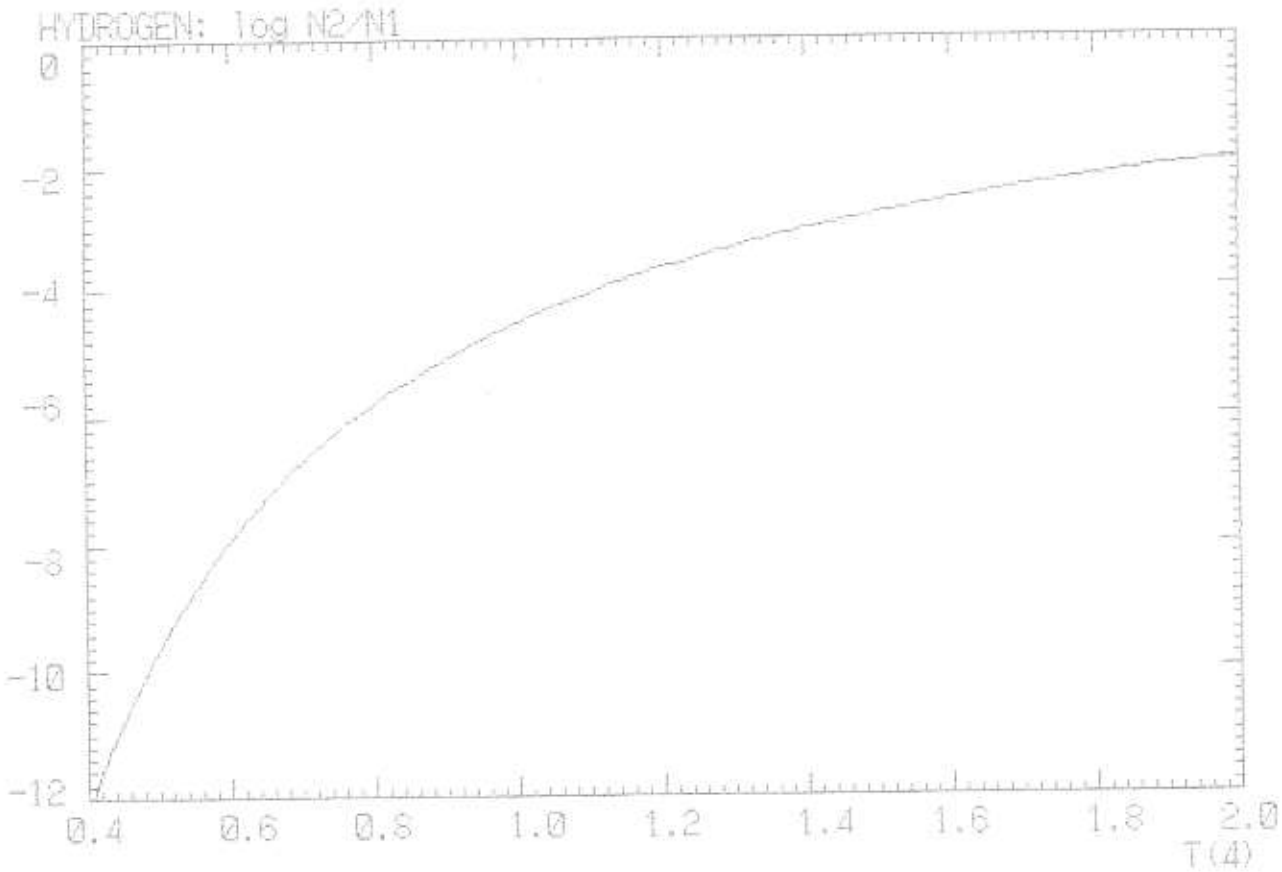
である。ここで

$$\begin{aligned} u_r(T) &= g_{r,1} + g_{r,2} \cdot \exp(-\varepsilon_{r,2}/kT) + g_{r,3} \cdot \exp(-\varepsilon_{r,3}/kT) \dots \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} g_{r,i} \cdot \exp(-\varepsilon_{r,i}/kT) \end{aligned} \quad (5)$$

は分配関数 PARTITION FUNCTION と呼ばれ、温度 T の時、各励起準位に原子が励起される配分の状態を表わす。

BOLTZMANN EXCITATION OF HYDROGEN ATOM
 BOLTZMAN.A1. VOL.30M. (KOYAMA: 88.05.25)

TEMPERATURE T(4)= .4 TO 2.
 STATE 2: EXCITATION PDT.= 10.150eV; STATIST. WEIGHT= 8
 STATE 1: EXCITATION PDT.= 0.000eV; STATIST. WEIGHT= 2



BOLTZMANN EXCITATION
 HYDROGEN ATOM
 BOLTZMAN.A1. VOL.30M. (KOYAMA: 88.05.25)

TEMPERATURE T(4)= .4 TO 2.

T(4)	log N2/N1	N2/N1
0.40	-12.1869	0.0000000
0.45	-10.7659	0.0000000
0.50	-9.6291	0.0000000
0.55	-8.6990	0.0000000
0.60	-7.9239	0.0000000
0.65	-7.2681	0.0000001
0.70	-6.7059	0.0000002
0.75	-6.2187	0.0000006
0.80	-5.7924	0.0000016
0.85	-5.4163	0.0000038
0.90	-5.0819	0.0000083
0.95	-4.7828	0.0000165
1.00	-4.5135	0.0000307
1.05	-4.2699	0.0000537
1.10	-4.0485	0.0000894
1.15	-3.8463	0.0001425
1.20	-3.6609	0.0002183
1.25	-3.4904	0.0003233
1.30	-3.3330	0.0004645
1.35	-3.1873	0.0006497
1.40	-3.0519	0.0008873
1.45	-2.9259	0.0011859
1.50	-2.8083	0.0015547
1.55	-2.6983	0.0020030
1.60	-2.5952	0.0025399
1.65	-2.4983	0.0031747
1.70	-2.4071	0.0039164
1.75	-2.3211	0.0047738
1.80	-2.2399	0.0057552
1.85	-2.1631	0.0068686
1.90	-2.0904	0.0081215
1.95	-2.0213	0.0095208
2.00	-1.9557	0.0110729

[88/05/263]

§ 4. 電離方程式 IONIZATION EQUATION (サハの公式)

ある元素の r 価イオンの励起準位 i と基底準位 1 との停在数の比は前節のボルツマンの公式により

$$N_{r, i} / N_{r, 1} = (g_{r, i} / g_{r, 1}) \exp(-\varepsilon_{r, i} / kT) \quad (1)$$

この式で、励起ポテンシャル $\varepsilon_{r, i}$ は高準位になるにつれて大きくなり、電離ポテンシャル χ_r に等しくなれば、その原子（またはイオン）は電離し、束縛電子の1個が自由電子となる。(1)式を拡張して、 r 価イオンの基底準位の $N_{r, 1}$ と $(r+1)$ 価イオンの基底準位の $N_{r+1, 1}$ との相対数を求める式、すなわち電離式を導くことができる。

$\varepsilon_{r, i}$ に代わるものとして

$$\varepsilon_{r, i} \rightarrow E = \chi_r + \frac{1}{2} m v^2 = \chi_r + p^2 / 2m \quad (2)$$

但し、第2項は自由電子の運動エネルギー (p は運動量 $p = m v$) である。

$g_{r, i}$ に代わるものとして ($r+1$ 価イオン+自由電子) 系の統計的荷重を取らねばならない。前者に対しては $g_{r+1, 1}$ であり、自由電子に対してはスピン自由度によるもの2、運動によるもの

$$\int \exp(-p^2 / 2m kT) dQ / h^3 \quad (3)$$

ここで、 $\int dQ$ は位相空間 PHASE SPACE における積分で、位置空間 q 、運動量空間 p に分けて

$$\int d q \cdot \int_0^\infty \exp(-p^2 / 2m kT) 4\pi p^2 d p / h^3 \quad (4)$$

第1の積分 $\int d q$ は自由電子1個当りの体積で、 $1/N_e$ に等しく、第2の積分は $(2\pi m kT)^{3/2}$ に等しい。結局 (1)式は

$$\begin{aligned} & (N_{r+1, 1} / N_{r, 1}) \cdot N_e \\ & = \{ (2\pi m kT)^{3/2} / h^3 \} (2g_{r+1, 1} / g_{r, 1}) \cdot \exp(-\chi_r / kT) \end{aligned} \quad (5)$$

基底準位だけでなく、それぞれのイオンの全ての準位の停在数を考え、 N_{r+1} と N_r の比を求めるには、統計的荷重 $g_{r+1, 1}$ 、 $g_{r, 1}$ の代りに分配関数 u_{r+1} 、 u_r を用いて

$$\begin{aligned} & (N_{r+1} / N_r) \cdot N_e \\ & = \{ (2\pi m kT)^{3/2} / h^3 \} (2u_{r+1} / u_r) \cdot \exp(-\chi_r / kT) \end{aligned} \quad (6)$$

となる。自由電子の粒子密度 N_e の代りに電子圧 p_e を使えば

$$p_e = N_e kT \quad (p_e \text{ in dyne/cm}^2) \quad (7)$$

であるから

$$\begin{aligned} & (N_{r+1} / N_r) \cdot p_e \\ & = \{ (2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2} / h^3 \} (2u_{r+1} / u_r) \cdot \exp(-\chi_r / kT) \end{aligned} \quad (8)$$

とも書ける。これらをサハ M. SAHA の熱電離公式と言う。

この式から、原子（またはイオン）は温度 T が高くなるほど電離が進行し、また同じ温度であれば、電離ポテンシャル χ_r の小さい原子ほど電離し易い。例えば同じ温度では Ca ($\chi_1=6.113 \text{ eV}$) は H ($\chi_1=13.598 \text{ eV}$) より電離が進む。他方、電離した原子は電子密度 N_e (従って電子圧 p_e) が大きいと再結合して元へ戻ろうとする傾向を持つ。これらの要素 T , χ , N_e が釣り合って原子（またはイオン）は 1 価高いイオンとある粒子密度の平衡状態に達する。これは熱力学的平衡の場合に成立つ式である。

χ_r を eV 単位で表わし、常用対数を取れば、($\Theta=5040/T$)

$$\begin{aligned} \log(N_{r+1}/N_r) &= -(5040/T)\chi_r + 1.5 \cdot \log T + \log(2u_{r+1}/u_r) - \log N_e + 15.3830 \\ \log(N_{r+1}/N_r) &= -\Theta \cdot \chi_r - 1.5 \cdot \log \Theta + \log(2u_{r+1}/u_r) - \log N_e + 20.9366 \\ \log(N_{r+1}/N_r) &= -(5040/T)\chi_r + 2.5 \cdot \log T + \log(2u_{r+1}/u_r) - \log p_e - 0.4772 \end{aligned}$$

分配関数 u_r は § 3(5)式で

$$u_r(T) = g_{r,1} + g_{r,2} \cdot \exp(-\varepsilon_{r,2}/kT) + g_{r,3} \cdot \exp(-\varepsilon_{r,3}/kT) \dots$$

と示されているが、しばしば $\exp(-\varepsilon_{r,2}/kT)$, $\exp(-\varepsilon_{r,3}/kT)$, $\dots \ll 1$ であって、この時

$$u_r(T) \sim g_{r,1}$$

と基底状態の統計的荷重で近似できる。とくに、第 2 準位の励起ポテンシャルが $\varepsilon_{r,2} \geq 2 \text{ eV}$ の時には、かなり高温 ($T \geq 10,000 \text{ K}$) の時以外は第 2 項以下を取る必要がない。しかし、第 2 準位が 1 eV 以下しか隔れていない原子では第 2 項まで、時には数項まで取る必要がある。

ある 1 種の元素について、その原子総数 $\sum_r N_r$ に対する r 価イオンの数 N_r の比を電離度 x_r と定義する。

$$x_r = N_r / (N_0 + N_1 + N_2 + \dots) = N_r / \sum_r N_r \quad (r = 0, 1, 2, \dots) \quad (9)$$

実際状、次々の電離状態は非常に隔たっているので、星の大気中のある (T, p_e) 値に対しては、2 つの相次ぐ電離状態、例えば N_r と N_{r+1} とだけが相当量存在し、それ以外の電離状態のイオンは一般に微量である。従って、この場合には ($r+1$) 回電離の電離度を $x_{r+1} = x$ と書くことにすれば、 r 回電離の電離度は $x_r = 1 - x$ となる。すなわち

$$x = N_{r+1}/N, \quad 1 - x = N_r/N, \quad N = N_r + N_{r+1} \quad (10)$$

従って (8)式は

$$\begin{aligned} \{(x/(1-x))\} \cdot p_e &= K_r \\ K_r &= \{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2} / h^3\} (2u_{r+1}/u_r) \cdot \exp(-\chi_r/kT) \quad (11) \end{aligned}$$

と表わせる。

☆ 水素対流層 HYDROGEN CONVECTION ZONE、粒状斑 GRANULATION

例として水素の電離を調べる。 $\chi_1=13.598$ eV, $g_{1,1}=2$, $g_{2,1}=1$ であり、電子圧 $p_e=200$ dyne/cm², 温度 $T=0$ K \sim 20,000K に対し (8)式で N_2/N_1 を求める。水素総数 $N (=N_1+N_2)$ の中で中性水素 (H I) の割合 N_1/N 、電離水素 (H II) の割合 N_2/N を求めると図のようになる。

図によれば、水素は約 10,000K あたりで H I と H II との交代が起こる。F5 型より晩期の太陽では、内部の高温から表面温度に下がってくる途中でこれが起こる。主成分の水素がイオンから中性原子に戻ると吸収能は著しく大きくなり、大気は不透明度を増す。このためこの領域の温度傾斜は急になる。

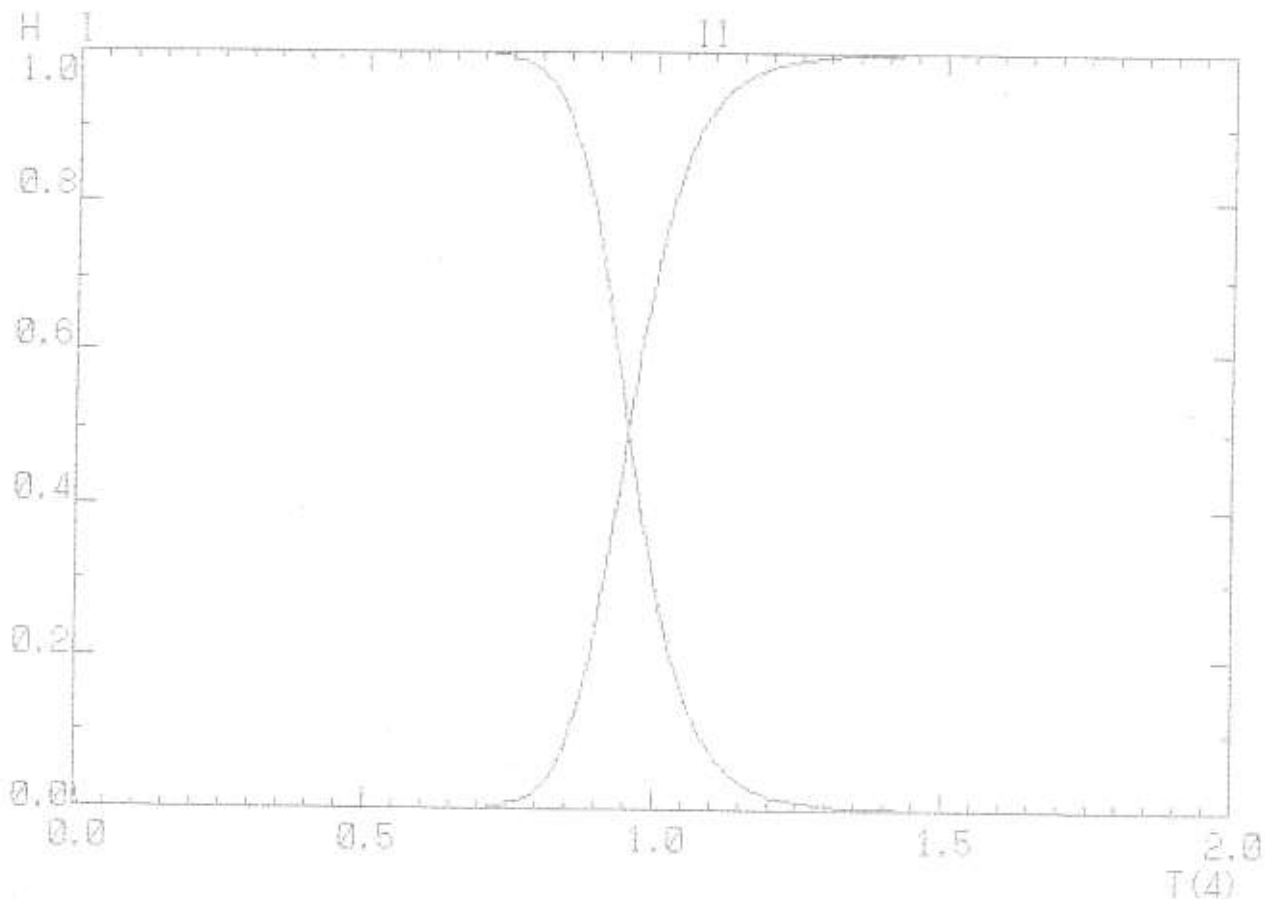
もし微小体積要素が擾乱で周囲より温度が増加して上方移動を始めたとする、断熱膨張で冷却はするが、イオンの再結合のため電離ポテンシャルが解放されるので、その冷却は周囲ほど急には冷却せず、依然として周囲より高温のままで浮力を持ち続ける。こうして揺らぎは助長され、この領域に対流が生じる。

太陽光球下の水素対流層は、対流速度 3 \sim 4km/s ほどの細胞よりなり、その頂部は光球表面の粒状斑 GRANULEとして観測される。この力学的エネルギーは音波となって上昇し、ある場合には衝撃波となり、あるいは電磁流体波となって伝播し、彩層やコロナを加熱する。

SAHA IONIZATION OF HYDROGEN ATOM

SAHA.A1, VOL.30M. (KOYAMA: 88.05.21)

TEMPERATURE T(4)= 0 TO 2, ELECTRON PRESSURE $p_e=200$ dyne/cm².



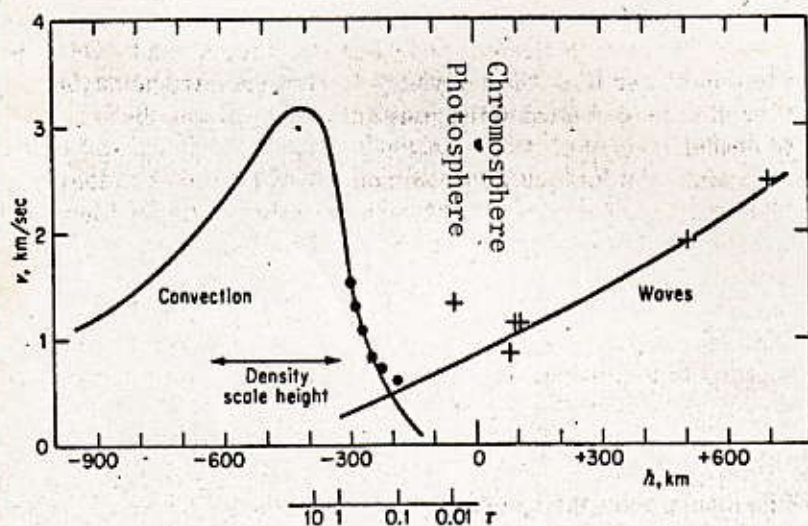


Fig. 5.1-2 Average velocities of convection and of progressive (e.g., acoustic or Alfvén) waves in the photosphere and chromosphere. (M. Schwarzschild, Copyright 1961 by the University of Chicago, published by The University of Chicago Press, from R 5.1-1.)

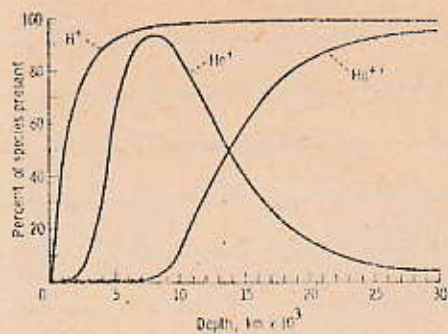


FIGURE 3-3.—Hydrogen and helium recombination below the photosphere. (From Simon and Leighton, 1964; copyright 1964, the University of Chicago Press.)

IONIZATION POTENTIAL AND STATISTICAL WEIGHT
 IPI.DAT. VOL.30M (KOYAMA: 88.05.27)

1000	*HYDROGEN '1 H										
1010	DATA	13.598,	2								
1020	*HELIUM '2 He										
1030	DATA	24.587,	1,	54.416,	2						
1040	*LITHIUM '3 Li										
1050	DATA	5.392,	2,	75.638,	1,	122.451,	2				
1060	*BERYLLIUM '4 Be										
1070	DATA	9.322,	1,	18.211,	2,	153.893,	1,	217.713,	2		
1080	*BORON '5 B										
1090	DATA	8.298,	6,	25.155,	1,	37.930,	2,	259.366,	1,	340.22,	2
1100	*CARBON '6 C										
1110	DATA	11.260,	9,	24.383,	6,	47.887,	1,	64.492,	2,	392.08,	1
1120	DATA	489.98,	2								
1130	*NITROGEN '7 N										
1140	DATA	14.534,	4,	29.601,	9,	47.448,	6,	77.472,	1,	97.89,	2
1150	DATA	552.06,	1,	667.03,	2						
1160	*OXYGEN '8 O										
1170	DATA	13.618,	9,	35.117,	4,	54.934,	9,	77.413,	6,	113.90,	1
1180	DATA	138.12,	2,	739.32,	1,	871.39,	2				
1190	*FLUORINE '9 F										
1200	DATA	17.422,	6,	34.970,	9,	62.707,	4,	87.138,	9,	114.24,	6
1210	DATA	157.16,	1,	185.18,	2,	953.89,	1,	1103.1,	2		
1220	*NEON '10 Ne										
1230	DATA	21.564,	1,	40.962,	6,	63.45,	9,	97.11,	4,	126.21,	9
1240	DATA	157.93,	6,	207.26,	1,	239.09,	2,	1195.8,	1,	1362.2,	2
1250	*SODIUM '11 Na										
1260	DATA	5.139,	2,	47.286,	1,	71.64,	6,	98.91,	9,	138.40,	4
1270	DATA	172.15,	9,	208.48,	6,	264.19,	1,	299.9,	2,	1465.1,	1
1280	DATA	1648.7,	2								
1290	*MAGNESIUM '12 Mg										
1300	DATA	7.646,	1,	15.035,	2,	80.143,	1,	109.31,	6,	141.27,	9
1310	DATA	186.51,	4,	224.95,	9,	265.92,	6,	328.0,	1,	367.5,	2
1320	DATA	1761.8,	1,	1963,	2						
1330	*ALUMINIUM '13 Al										
1340	DATA	5.986,	6,	18.826,	1,	28.448,	2,	119.99,	1,	153.75,	6
1350	DATA	190.47,	9,	241.44,	4,	284.59,	9,	330.2,	6,	398.6,	1
1360	DATA	442.0,	2,	2086,	1,	2304,	2				
1370	*SILICON '14 Si										
1380	DATA	8.151,	9,	16.345,	6,	33.492,	1,	45.141,	2,	166.77,	1
1390	DATA	205.08,	6,	246.49,	9,	303.16,	4,	351.1,	9,	401.4,	6
1400	DATA	476.1,	1,	523,	2,	2438,	1,	2673,	2		
1410	*PHOSPHORUS '15 P										
1420	DATA	10.486,	4,	19.725,	9,	30.18,	6,	51.42,	1,	65.02,	2
1430	DATA	220.45,	1,	263.28,	6,	309.37,	9,	371.7,	4,	424.4,	9
1440	DATA	479.5,	6,	561,	1,	612,	2,	2817,	1,	3070,	2
1450	*SULFUR '16 S										
1460	DATA	10.360,	9,	23.33,	4,	34.83,	9,	47.30,	6,	72.68,	1
1470	DATA	88.05,	2,	280.01,	1,	328.33,	6,	379.1,	9,	447.1,	4
1480	DATA	504.7,	9,	565,	6,	652,	1,	707,	2,	3224,	1
1490	DATA	3494,	2								
1500	*CHLORINE '17 Cl										
1510	DATA	12.967,	6,	23.81,	9,	39.61,	4,	53.46,	9,	67.7,	6
1520	DATA	97.03,	1,	114.19,	2,	348.37,	1,	400.4,	6,	455.6,	9
1530	DATA	529.3,	4,	592,	9,	657,	6,	750,	1,	809,	2
1540	DATA	3658,	1,	3946,	2						
1550	*ARGON '18 Ar										
1560	DATA	15.759,	1,	27.629,	6,	40.74,	9,	59.81,	4,	75.04,	9
1570	DATA	91.01,	6,	124.4,	1,	143.45,	2,	422.6,	1,	478.9,	6
1580	DATA	539.0,	9,	618,	4,	686,	9,	756,	6,	855,	1
1590	DATA	918,	2,	4121,	1,	4426,	2				
1600	*POTASSIUM '19 K										
1610	DATA	4.341,	2,	31.63,	1,	45.72,	6,	60.92,	9,	82.66,	4
1620	DATA	99.9,	9,	117.7,	6,	154.98,	1,	175.8,	2,	503.6,	1
1630	DATA	564.4,	6,	629,	9,	714,	4,	787,	9,	862,	6
1640	DATA	968,	1,	1034,	2,	4611,	1,	4934,	2		

1650	*CALCIUM '20 Ca						
1660	DATA	6.113, 1,	11.871, 2,	50.91, 1,	67.15, 6,	84.43, 9	
1670	DATA	108.78, 4,	127.7, 9,	147.4, 6,	188.7, 1,	211.3, 2	
1680	DATA	591.6, 1,	657, 6,	726, 9,	817, 4,	895, 9	
1690	DATA	974, 6,	1087, 1,	1157, 2,	5129, 1,	5470, 2	
1700	*SCANDIUM '21 Sc						
1710	DATA	6.54, 10,	12.80, 15,	24.76, 10,	73.7, 1,	91.7, 6	
1720	DATA	111.1, 9,	138.0, 4,	158.7, 9,	180.2, 6,	225.4, 1	
1730	DATA	249.8, 2,	686, 1,	756, 6,	830, 9,	927, 4	
1740	DATA	1009, 9,	1094, 6,	1213, 1,	1288, 2,	5675, 1	
1750	DATA	6034, 2					
1760	*TITANIUM '22 Ti						
1770	DATA	6.82, 21,	13.58, 28,	27.49, 21,	43.26, 10,	99.4, 1	
1780	DATA	119.36, 6,	140.8, 9,	169.4, 4,	193.0, 9,	216.2, 6	
1790	DATA	265.3, 1,	292, 2,	788, 1,	862, 6,	941, 9	
1800	DATA	1044, 4,	1131, 9,	1221, 6,	1346, 1,	1425, 2	
1810	DATA	6249, 1,	6626, 2				
1820	*VANADIUM '23 V						
1830	DATA	6.74, 28,	14.65, 25,	29.31, 28,	46.71, 21,	65.23, 10	
1840	DATA	128.6, 1,	150.3, 6,	173.6, 9,	205.8, 4,	230.5, 9	
1850	DATA	255.1, 6,	308, 1,	336, 2,	896, 1,	975, 6	
1860	DATA	1060, 9,	1168, 4,	1260, 9,	1355, 6,	1486, 1	
1870	DATA	1569, 2,	6851, 1,	7246, 2			
1880	*CHROMIUM '24 Cr						
1890	DATA	6.766, 7,	16.50, 6,	30.96, 25,	49.1, 28,	70.2, 21	
1900	DATA	90.57, 10,	161.1, 1,	184.6, 6,	209.3, 9,	244.4, 4	
1910	DATA	270.7, 9,	298, 6,	355, 1,	384, 2,	, 1	
1920	DATA	1011, 6,	1097, 9,	1185, 4,	1299, 9,	1396, 6	
1930	DATA	1496, 1,	1634, 2,	1721, 1,	7482, 2	7895	
1940	*MANGANESE '25 Mn						
1950	DATA	7.435, 6,	15.640, 7,	33.67, 6,	51.4, 25,	73.0, 28	
1960	DATA	97, 21,	119.27, 10,	196.47, 1,	221.8, 6,	248.3, 9	
1970	DATA	286.0, 4,	314, 9,	344, 6,	404, 1,	435, 2	
1980	DATA	1136, 1,	1224, 6,	1317, 9,	1434, 4,	1530, 9	
1990	DATA	1644, 6,	1788, 1,	1879, 2,	8141, 1,	8572, 2	
2000	*IRON '26 Fe						
2010	DATA	7.870, 25,	16.16, 30,	30.651, 25,	54.8, 6,	75.5, 25	
2020	DATA	100, 28,	128.3, 21,	151.12, 10,	235.0, 1,	262.1, 6	
2030	DATA	290.4, 9,	331, 4,	361, 9,	392, 6,	457, 1	
2040	DATA	489, 2,	1266, 1,	1358, 6,	1456, 9,	1582, 4	
2050	DATA	1689, 9,	1799, 6,	1950, 1,	2045, 2,	8828, 1	
2060	DATA	9278, 2					
2070	*COBALT '27 Co						
2080	DATA	7.86, 28,	17.06, 21,	33.50, 28,	51.3, 25,	79.5, 6	
2090	DATA	103, 25,	131, 28,	160, 21,	186.2, 10,	276.2, 1	
2100	DATA	305, 6,	336, 9,	379, 4,	411, 9,	444, 6	
2110	DATA	512, 1,	547, 2,	1402, 1,	1500, 6,	1602, 9	
2120	DATA	1734, 4,	1846, 9,	1962, 6,	2119, 1,	2218, 2	
2130	DATA	9544, 1,	10030, 2				
2140	*NICKEL '28 Ni						
2150	DATA	7.635, 21,	18.168, 10,	35.17, 21,	54.9, 28,	75.5, 25	
2160	DATA	108, 6,	134, 25,	164, 28,	193, 21,	224.6, 10	
2170	DATA	321, 1,	352, 6,	384, 9,	430, 4,	464, 9	
2180	DATA	499, 6,	571, 1,	607, 2,	1546, 1,	1648, 6	
2190	DATA	1756, 9,	1894, 4,	2010, 9,	2131, 6,	2295, 1	
2200	DATA	2398, 2,	10280, 1,	10790, 2			

Atom	Stage of ionization													
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV
	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV
1 H	13.508													
2 He	24.587	54.416												
3 Li	5.392	75.038	122.451											
4 Be	9.322	18.211	153.893	217.713										
5 B	8.298	25.155	37.930	259.366	340.22									
6 C	11.260	24.383	47.887	64.492	392.08	489.08								
7 N	14.534	29.601	47.448	77.472	97.89	552.06	607.03							
8 O	13.618	35.117	54.934	77.413	113.90	138.12	739.32	871.39						
9 F	17.422	34.070	62.707	87.138	114.24	157.16	185.18	953.89						
10 Ne	21.564	40.962	63.45	97.11	126.21	157.33	207.26	239.09	1103.1					
11 Na	5.139	47.286	71.64	98.91	138.40	172.15	208.48	264.10	1195.8	1362.2				
12 Mg	7.646	16.035	80.143	109.31	141.27	186.51	224.95	265.92	328.0	307.5	1648.7			
13 Al	6.986	18.826	28.448	119.99	153.75	190.47	241.44	284.59	330.2	398.6	1761.8			
14 Si	8.151	16.345	33.492	45.141	166.77	205.08	246.49	303.16	351.1	401.4	2086			
15 P	10.486	19.725	30.18	61.42	65.02	220.45	263.28	309.37	371.7	424.4	476.1	612	2304	2673
16 S	10.360	23.33	34.83	47.30	72.68	88.05	280.01	328.33	379.1	447.1	504.7	561	652	707
17 Cl	12.967	23.81	39.61	53.46	67.7	97.03	114.19	143.45	400.4	455.6	529.3	592	657	750
18 Ar	15.759	27.629	40.74	59.81	75.04	91.01	124.4	154.98	422.6	478.9	530.0	618	686	756
19 K	4.341	31.63	45.72	60.92	82.66	99.9	117.7	147.4	175.8	503.6	564.4	629	714	787
20 Ca	6.113	11.871	50.91	67.16	84.43	108.78	127.7	147.4	188.7	211.3	591.6	657	726	817
21 Sc	6.54	12.80	24.76	73.7	91.7	111.1	138.0	168.7	180.2	225.4	249.8	686	755	830
22 Ti	6.82	13.58	27.49	43.26	99.4	119.36	140.8	169.4	193.0	216.2	265.3	292	788	862
23 V	6.74	14.65	29.31	46.71	65.23	128.6	150.3	173.6	205.8	230.5	255.1	308	336	396
24 Cr	6.766	16.50	30.96	49.1	70.2	90.57	161.1	184.6	209.3	244.4	270.7	298	355	384
25 Mn	7.435	15.040	33.67	51.4	73.0	97	119.27	196.47	221.8	248.3	286.0	314	344	404
26 Fe	7.870	16.16	30.051	54.8	76.5	100	128.3	151.12	235.0	262.1	290.4	331	361	392
27 Co	7.86	17.06	33.60	51.3	79.5	103	131	160	186.2	276.2	305	336	379	411
28 Ni	7.635	18.168	35.17	54.9	75.5	108	134	164	193	224.0	321	352	384	430
29 Cu	7.726	20.292	36.83	55.2	79.9	103	139	167	199	232	266	369	401	435
30 Zn	9.394	17.964	30.72	59.4	82.6	108	136	175	203	238	274	311	412	454

Atom	Stage of ionization													
	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII
	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV
1 H	3070													
2 He	3224													
3 Li	809	3494												
4 Be	865	3658	3946											
5 B	862	918	4121	4426										
6 C	895	968	1034	4611	4834									
7 N	927	1009	1087	1157	5129	5470								
8 O	941	1044	1094	1213	1288	5675	6034							
9 F	975	1060	1131	1221	1346	1425	6249	6626						
10 Ne	1011	1097	1168	1260	1355	1486	1569	7246	7895	8141	8572			
11 Na	435	1136	1185	1299	1396	1496	1634	1721	7482	8141	8572	8828	9278	10030
12 Mg	457	489	1224	1317	1437	1539	1644	1788	1879	2045	2218	2398	2544	10790
13 Al	444	489	1266	1358	1456	1582	1689	1799	1950	2045	2218	2398	2544	10790
14 Si	464	512	547	1402	1500	1602	1734	1846	1962	2119	2218	2398	2544	10790
15 P	484	499	571	907	1546	1648	1756	1894	2010	2131	2295	2478	2660	11050
16 S	484	520	557	633	671	1698	1804	1919	2060	2182	2310	2478	2660	11050
17 Cl	490	542	579	619	698	738	1856	1970	2088	2234	2363	2495	2660	2730
18 Ar														
19 K														
20 Ca														
21 Sc														
22 Ti														
23 V														
24 Cr														
25 Mn														
26 Fe														
27 Co														
28 Ni														
29 Cu														
30 Zn														

No.

Ionization potentials

Atom	Stage of ionization									
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV
31 Ga	5.999	20.51	30.71	64	87	116	140	170	212	243
32 Ge	7.899	15.934	34.22	45.71	93.5	112	144	174	207	250
33 As	9.81	18.633	28.351	50.13	62.63	127.6	147	179	212	242
34 Se	9.752	21.19	30.820	42.944	68.3	81.7	155.4	184	218	250
35 Br	11.814	21.8	36	47.3	59.7	88.6	103.0	192.8	224	257
36 Kr	13.999	24.359	36.95	52.5	64.7	78.5	111.0	126	230.9	263
37 Rb	4.177	27.28	40	52.6	71.0	84.4	99.2	136	150	277.1
38 Sr	5.695	11.030	43.6	57	71.6	90.8	106	122.3	162	177
39 Y	6.38	12.24	20.52	61.8	77.0	93	116	129	146.2	191
40 Zr	6.84	13.13	22.99	34.34	81.5	99	117	140	155	
41 Nb	6.88	14.32	25.04	38.3	50.55	102.6	125	142	161	
42 Mo	7.099	16.15	27.16	46.4	61.2	68	126.8	153	163	
43 Te	7.28	15.26	29.54	46	55	80			187	
44 Ru	7.37	16.76	28.47	50	60	92				
45 Rh	7.46	18.08	31.06	48	65	97				
46 Pd	8.34	19.43	32.92	53	62	90	110	130	155	180
47 Ag	7.576	21.49	34.83	56	68	89	115	140	160	185
48 Cd	8.993	16.908	37.48	59	72	94	115	145	170	195
49 In	5.786	18.869	28.03	54.4	77	98	120	145	180	205
50 Sn	7.344	14.632	30.502	40.734	72.28	103	125	150	175	210
51 Sb	8.641	16.53	25.3	44.2	56	108	130	155	185	210
52 Te	9.009	18.6	27.96	37.41	58.75	70.7	137	165	190	220
53 I	10.451	19.131	33	42	66	81	100	170	200	230
54 Xe	12.130	21.21	32.1	46	57	82	100	120	210	240
55 Cs	3.894	25.1	35	46	62	74	100	120	145	250
56 Ba	5.212	10.004		49	62	80	95	120	145	160
57 La	5.577	11.06	19.175	52	66	80	100	115	145	165
58 Ce	5.47	10.87	20.20	36.72	70	85	100	120	140	165
59 Pr	5.42	10.55	21.62	38.95	57.45	89	105	120	145	160
60 Nd	5.49	10.72					110	130	150	170
61 Pm	5.55	10.90						135	165	175
62 Sm	5.63	11.07							160	180
63 Eu	5.67	11.25								190
64 Gd	6.14	12.1								
65 Tb	5.85	11.52								
66 Dy	5.93	11.67								
67 Ho	6.02	11.80								
68 Er	6.10	11.93								
69 Tm	6.18	12.05	23.71							
70 Yb	6.254	12.17	25.2							
71 Lu	5.426	13.9	19							
72 Hf	7.0	14.9	23.3	33.3						
73 Ta	7.89	16	22	33	45					
74 W	7.98	18	24	35	48	61				
75 Re	7.88	17	26	38	51	64	79			
76 Os	8.7	17	25	40	54	68	83	100		
77 Ir	9.1	17	27	39	57	72	88	105	120	
78 Pt	9.0	18.56	28	41	55	75	92	110	125	145

§ 5. スペクトル系列の解釈 INTERPRETATION OF THE SPECTRAL SEQUENCE

吸収線の見え方から分類された星のスペクトル型が、晩期型の少数の分岐を除けば、一連の系列に並べられることを知った。この系列に沿って星の連続スペクトルの極大波長は青色から赤色へと移り、スペクトル系列がほぼ温度の系列だと想像できる。しかし、吸収線の消長と温度との関連は、サハの電離論により初めて明確に説明できる。また、それにより主因子の温度の他に星のスペクトル型を決定する第2の因子が星の密度（電子密度、電子圧）であることも判る。

1. 低温星

低温赤色星では中性原子線や分子帯が出る。線は特に電離ポテンシャルが小さく、容易に励起される Na, Ca, Fe などの元素の線である。H線は電離ポテンシャルがかなり高いが極端に豊富なために現れる。

分子帯は中性分子、特にTiO, ZrO, 炭素化合物 (C 帯) などのもので、これらは赤色星の分岐を分類する基準にされる。

R, N型 : TiO がなく C帯が見られる

M型 : TiO が特徴

S型 : ZrO が著しく、普通TiO がない

2. 中間温度星

少し高温の黄色星は化合物が解離するところで、分子帯はそれほど著しくはない。TiO はK0 型以上では見られない。しかしCN(cyanogen), CH(hydrocarbon), OH(hydroxyl) その他の分子帯が太陽の温度で尚存在する。黄色星のスペクトルでは Ca II H, K Linesが優勢である。この辺りでCaは全て1次電離しており、2次電離が始まろうとしている。H原子は第2準位への励起が進み、Balmer線が強くなる。Fe, Mgのような中性金属線が非常に密集して複雑に見えるが、これらも更に高温のF型星で衰えていく。これは電離が進み、地球大気で遮蔽される極紫外部に強い共鳴線を持つ電離金属になってしまうからである。従って高温になるにつれて星の可視域スペクトルは単純になる。

3. 高温星

H原子は励起が進み、Balmer線はA0 型で最強になる。更に高温になると電離が始まるのでH線は弱まる。しかし、Hは非常に豊富なので、最高温の星でさえ中性のまま残存する割合がかなりあるので、線は消えてしまわない。電離ポテンシャルの最も高い中性ヘリウムは、現れるのが最も遅く、B9 型でようやく現れる。次いでB3 型で最強になり、そして急速に弱まる。O型星では中性ヘリウムはなく、電離ヘリウムになる。O型星スペクトルはH I, He IIの他には、2次電離のN III, O III、3次電離のSi IVの線が見えるが、これらのイオンの強い線は極紫外部にあるのでスペクトルは単純である。実際的に最高温の星はO5 型で、理論的上限O0 型（温度10万度以上）では全ての線はスペクトル領域から消える。

以上をまとめて、低温度星から高温星へと見ていくと

☆中性原子の共鳴線 (Ca I 4227)	}	温度の上昇とともに弱くなる
副級線 (H I Balmer)		
☆電離原子の共鳴線 (Ca II H, K Line)	}	温度上昇とともに強まり 極大に達した後、再び弱まる
副級線 (O II 4070)		

これは吸収線の強弱が、遷移の低準位の滞在数に依存するからである。

★ Ca原子は良い例を示す。

- ① 低温星大気ではCaは殆ど中性で、その共鳴線 Ca I 4227 が強い (K型)
- ② 温度が上がると電離が進行して中性 Ca が減少し、Ca I 4227は弱まるが1価イオンCa IIの共鳴線 3968(H), 3934(K)が強まり、遂にスペクトル中の最強の線になる (G型)
- ③ 更に高温になると、Ca IIは電離して2価イオン Ca III となり、1価イオンのCa II H, K 線は衰えていく (A, B型)

★ H原子の Balmer 線

Balmer系列線は $2 \rightarrow n$ ($n = 3, 4, 5, \dots$) 準位の遷移で吸収されるので、予め第2準位に励起された中性水素が相当数なければならない。§3のボルツマン公式によって、H原子第2準位の滞在数を求めたが、それは低温では微々たる値だが、温度上昇とともに急増することを知った。また、§4のサハ公式によって、約10,000 Kを境にして H I \rightarrow H II に代わることを知った。両者の積として決まる Balmer 線の強度は

- ① M型からK, G, F, Aへと強度を増し、A型で最強
- ② 更に高温では電離が進み、中性水素自体が減少するので、Balmer線は弱まる。O型星でも尚 Balmer 線が認められるが、それは星の組成中に水素が極めて多いからで、水素原子全体の中で中性水素の占める比は 10^{-5} 程度しかない

★ その他の元素について

金属線はA0型より高温な星では数回電離していて、このようなイオンの共鳴線は地上から観測できない極紫外領域に入る。副級線も非常に弱い。Siより重い元素では、2価イオン以上電離すれば可視域にスペクトル線を持たない。

B型星では He I, H I が著しい特徴

O型星では非常に高温のため、Hは殆ど電離してしまい、Heも2回目の電離が始まっているので、He I, H I は殆ど見られず、He IIと数回電離した O, N, C, Ne などの線が現れている。

スペクトル線が温度系列であることが確かめられた歴史的な方法は

Saha:

線スペクトルの出現、消失点 }
 p_e 仮定 (高く採り過ぎ) } → 温度

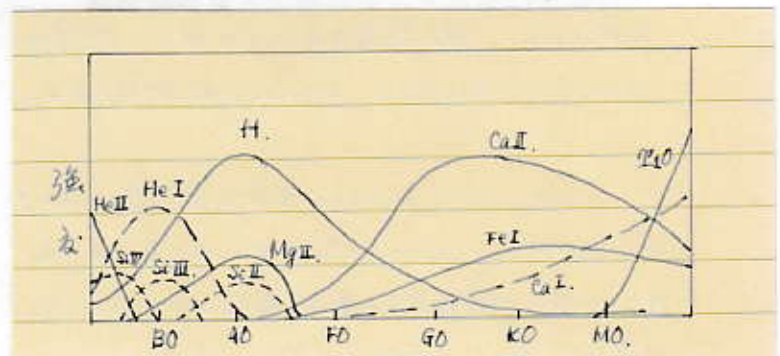
Fowler & Milne:

線スペクトルの極大点 }
星の色 → 温度 } → $p_e \sim 100 \text{ dyne/cm}^2$

N II / N III, O II / O III, He I / He II の極大点 }
 $p_e \sim 100 \text{ dyne/cm}^2$ } → 温度

しかし、彼らが仮定したように星によって p_e は一定ではなく、高温星では電離が進行し、 p_e は大きい値を持つことが判っている。

何かの方法で大気の p_e を決定し、輻射層における原子の電離状態を観測すればサハの式から温度が決定できる。こうして求めた温度を電離温度 IONIZATION TEMPERATURE と言う。



§ 6. 巨星と矮星のスペクトルの相異

サハの電離論によれば、星の大気の電離度は主要素の温度 T が高いほど進み、同じ温度であれば、第2要素の密度（従って電子圧 p_e ）が低いほど進む。例えば、G2型矮星の太陽と同じ温度の巨星は、大気が低密度で電離が進むため、スペクトル型は幾分早期のF8型位になる。普通は同じスペクトル型の星を問題にするから、逆に「巨星の有効温度は同じスペクトル型の矮星より低温である」と言える。つまり同じスペクトル型の巨星と矮星とでは、サハ式中の温度 T と密度（電子圧 p_e ）が相殺し、殆ど同じ電離状態を示すのである。

しかし個々の吸収線を詳しく調べると、あるイオンの線では相殺が不十分で、巨星か矮星の何れかで強く現れる傾向を持つ。これはサハ公式が、温度・電子圧の他に第3要素電離ポテンシャルを含むからである。これを調べるために、同じスペクトル型、即ち同じ平均的電離度 x を持つ巨星と矮星を比較してみよう。サハの公式で電離度を決定する主要因子は

$$(1/p_e) \exp \{-\chi_r/kT\}$$

で、これが等しければその原子は巨星でも矮星でも同じ電離を示す。例えば巨星： $T=5,200$, $\log p_e=0.71$ 、矮星： $T=5,855$, $\log p_e=1.57$ をとる。

★ Fe ($\chi_0=7.870$ eV)

巨星・矮星とも上の因子がほぼ等しく、相殺されて類似の電離度を示す。

しかし、A型超巨星では Fe II が強まる。

★ Sr ($\chi_0=5.695$ eV)

電離ポテンシャルの小さい Sr ($\chi_0=5.695$ eV) は充分相殺されず、矮星より巨星の方で強く電離する。従って同じスペクトル型（同じ平均的電離度、殆ど似た吸収線強度）であってもF, G, K, M型星で、Sr IIは巨星の方に強く現れる。従って同じスペクトル型の星であってもFe I 4210の近傍にあるSr II 4216の線強度を比較すれば、それが巨星か矮星かの判断ができる。

★ Ca ($\chi_0=6.113$ eV)

同様に、Ca ($\chi_0=6.113$ eV) は矮星よりも巨星の方で電離が進んでおり、このため中性原子線 Ca I 4227 は矮星の方に強く現れる傾向を持つ。

大光度の巨星・超巨星は同じ温度の矮星よりずっと低密度だから、星の大気密度はHR図内での位置、従って縦座標の光度（絶対等級）に対応する。同じ電離状態、同じスペクトル型であっても、それが矮星・巨星・超巨星の何れであるかの判別に利用される吸収線を絶対等級線 ABSOLUTEMAGNITUDELINES と言う。

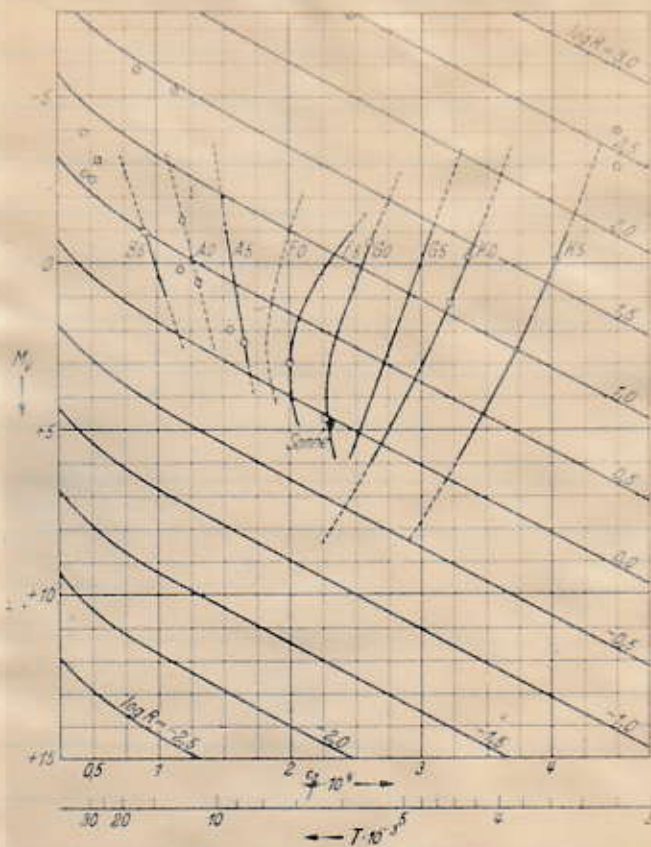


Fig. 29. Verknüpfung von vis. absoluter Helligkeit M_v , Sternradius R (Sonnerradius = 1), Temperatur T (bzw. c_2/T) und Spektraltypus. Russell-Hertzsprung-Diagramm der Sterne mit m_v heller als 1,0.

TABLE 1.3. EFFECTIVE TEMPERATURES OF THE STARS

Type	T_e					
B0.....	25,000°K					
B1.....	22,500					
B2.....	20,300					
B3.....	18,000					
B5.....	15,000					
B6.5.....	14,000					
B8.....	12,800					
B9.....	11,800					
A0.....	11,000					
A1.....	10,300					
A2.....	9700					
A3.....	9100					
A5.....	8700					
A7.....	8100					
F0.....	7000					
F2.....	7000					

	Main sequence V	Subgiants IV	Giants		Supergiants	
			III	II	Ib	Ia
F5.....	6600	6540	6170	6340	6200	
F6.....	6390	6210	6020	5910	5800	
F8.....	6150	5890	5620	5460	5300	
G0.....	6000	5750	5300	5150	5000	
G2.....	5730	5350	4990	4770	4600	
G5.....	5520	5080	4650	4470	4290	
G8.....	5320	4870	4440	4220	4000	
K0.....	5120	4650	4200	4010	3820	
K1.....	4920	4450	4000	3850	3700	
K2.....	4760	4280	3810	3700	3590	
K3.....	4610	3600	3540	3430	
K5.....	4400	3550	3400	3320	
K6.....	4000	
M0.....	3600	3340	3270	3210	
M1.....	3400	3200	3150	3100	
M2.....	3200	3090	3070	3050	
M3.....	2980	
M4.....	2850	
M5.....	2710	
M6.....	2600	

§ 7. 分光視差 SPECTROSCOPIC PARALLAX

Yerkes天文台のMorgan, Keenan, Kelmann等はスペクトル型を(温度・絶対等級)によって2次元分類し、光度階級 LUMINOSITY CLASS を提唱した。

I a: Most luminous supergiants

I b: Less luminous supergiants

II : Bright giants

III : Normal giants

IV : Subgiants

V : Main sequence

VI : Subdwarfs

VII : White dwarfs

2次元分類による恒星の有効温度は表のようである。

星のスペクトル型と光度階級から絶対等級Mを、実視等級mと組み合わせて

$$\log p = (M - m - 5) / 5$$

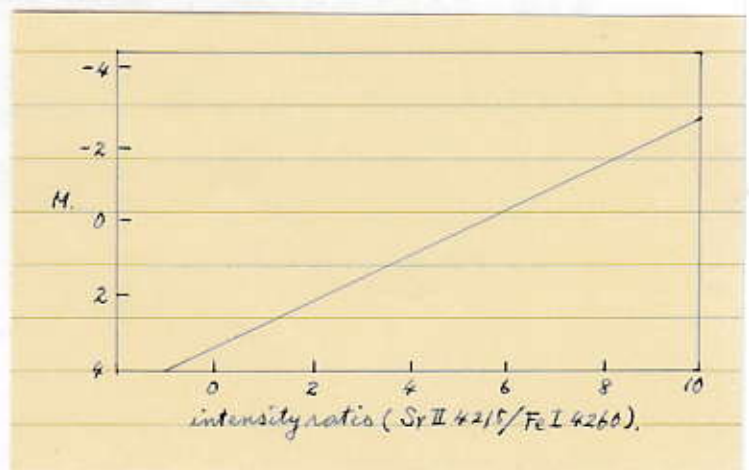
から星の視差 p'' , 距離 r^{pc} ($r = 1/p$) が求められる。これは距離の間接測定法であり、この年周視差を分光視差 SPECTROSCOPIC PARALLAX と言う。

この方法では、同じスペクトル型の星の光度が増すにつれて、著しく強度の変わる絶対等級線を利用する。

光度の判っている星のスペクトル中で、このような絶対等級線と、その近くの普通の線とを比較し、星の絶対等級とともにその比がどう変わるかを図示する。例えば、Sr II 4215は巨星に強く、Fe I 4260と比較した図を示す。例えば作図に用いたスペクトル型の星で、(Sr II 4215/Fe I 4260)の強度比= 2, 実視等級 $m = 7.0$ であるとする。

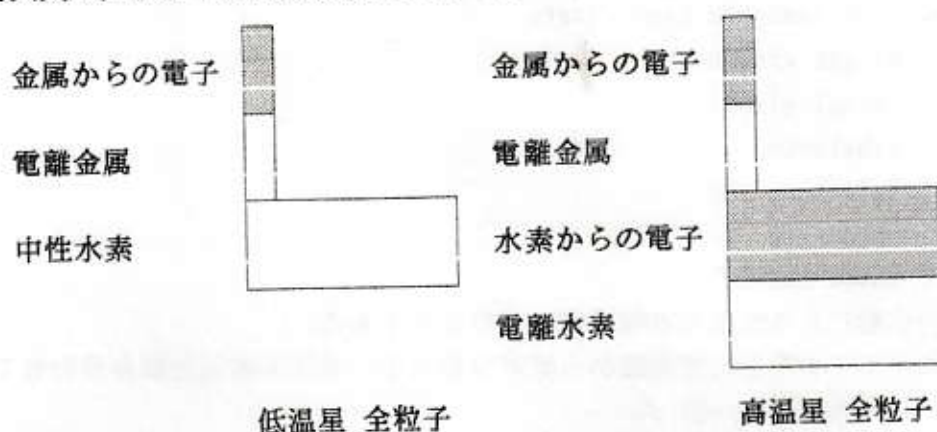
図から、星の絶対等級 $M = 2.0$ 。従って $\log p = -2.0$ となり、分光視差 $p = 0.01''$, 距離 $r = 100^{pc}$ となる。

数千星の視差がこうして決められた。この分光視差の誤差は約19%である(三角視差では誤差0.005")。従って視差0.025"でこれらの誤差が等しい。つまり約40pcより近ければ三角視差、遠ければ分光視差の方が精度がよい。



§ 8. ガス圧と電子圧

これまでの議論から、Fraunhofer 線が形成される光球上層で、原子の電離を決める電子圧が $P_e \sim 100 \text{ dyne/cm}^2 \sim 10^{-4} \text{ atm}$ の程度であることが判るが、次にそれと大気の力学的平衡を決めるガス圧 P_g との関係調べよう。



ガス圧 P_g は全粒子 (原子・イオン・自由電子) の粒子密度 N によって $P_g = NkT$ と表せ、自由電子だけの電子圧 P_e は自由電子の粒子密度 N_e によって $P_e = N_e kT$ と表せる。従って、 P_g と P_e との比較は N_e と N との比較になる。

1. 高温星

ごく高温の星では、全ての原子は少なくとも1回は電離して1個以上の自由電子を出している。全ての星で、圧倒的に豊富な水素も電離して1個の自由電子を出しているから、微量な金属Metal がたとえ2回以上電離して2個以上の電子を出しているとしても問題にならず、自由電子数 $\sim N_{\text{Hion}}$ となり、電子圧はガス圧の約1/2 となる。

2. 低温星

太陽程度から低温の星では豊富な水素が電離していない。自由電子は電離ポテンシャルの小さい微量なMetal の電離で生じたものである。従って電子圧はこの微量な電子によるものであり、ガス圧は殆ど中性水素によるものである。従って電子圧：ガス圧の比は大気の化学組成の Metal : H によって決まってくる。

ガス圧 P_g を電子圧 P_e と温度 T の関数として求める。粒子総数 N を分けて

N_0 : 全ての元素の原子・イオンの粒子密度 (1 cc中の粒子数)

N_e : 自由電子の粒子密度 (1 cc中の自由電子数)

とすれば

$$N = N_0 + N_e$$

N_0 を各元素の1次電離ポテンシャルの大体の大きさで分類し

N_j : 最初の電離ポテンシャルがほぼ χ_j の元素の原子・イオンの密度

x_j : そのような一群の元素の1次電離する割合

圧倒的に豊富なHは1次電離しか電離できず、Hが電離する状況では微量な他の元素からの自由電子は2個以上あっても問題にならず、従って2次電離は無視してよい。上のような記号を用いると

$$N_0 = N_1 + N_2 + \dots = \sum N_j \quad (1)$$

$$N_e = N_1 x_1 + N_2 x_2 + \dots = \sum N_j x_j \quad (2)$$

$$P_g = N k T = (N_0 + N_e) k T \quad (3)$$

$$P_e = N_e k T \quad (4)$$

従って

$$P_g / P_e = (N_0 + N_e) / N_e = \{1 + (N_e / N_0)\} / (N_e / N_0) \quad (5)$$

即ち

$$N_e / N_0 = \sum N_j x_j / \sum N_j \quad (6)$$

を求めればよいことになる。種々の元素の化学組成を採用し、それを電離ポテンシャルによって分類する。電離ポテンシャルの似た値の元素の一群は似た電離度を示すはずで、電子圧 P_e と温度 T の関数としてサハの式により電離度 x_j が求められる。この問題は採用する化学組成の良否に依存する。

太陽についての Goldberg & Menzel, τ Scorpii についての Menzel の測定から得られた化学組成を用い、次のような分類表を作る

Atom	Group j	Ion. pot. χ_j	Relat. number N_j
He	1	24.587	200
H	2	13.598	1000
Fe, Si, Mg, Ni	3	7.870	0.431
Al, Ca, Na	4	5.986	0.011

この他、O, N, C などは H と同程度の電離ポテンシャルを持っているが、それらの H に対する相対量は無視できるので、自由電子数を求める計算には考慮しなくてよい。

Relative Abundances of Light Element in the Stars
 (Number of Oxygen: 1)
 by H. Brown

Element	Sun		Planetary Nebula	τ Scorpi	γ Pegasi
	Goldberg & Menzel (1943)	Unsold (1948)	Aller & Menzel (1945)	Unsold (1948)	Aller (1949)
H	2700	560	1400	1000	100000
He	595		400	182	2000
C	0.10	0.37	2.4	0.17	0.05
N	0.32	0.76	0.25	0.39	0.23
O	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
F			0.004		
Ne			0.04	1.1	
Na	0.010	0.0035			
Mg	0.65	0.062		0.058	0.31
Al	0.0065	0.0040		0.0037	0.01
Si	0.020	0.037		0.064	0.09
S	0.10	0.016	0.14		0.04
Cl			0.008		0.02
A			0.006		0.10
K	0.0032	0.00029			
Ca	0.010	0.0031			
Ti	0.0001	0.00017			
V	0.000032	0.00002			

Example 1. Calculate the gas pressure for an A-type star for which
 $T = 12\,600^\circ\text{K}$ and $P_e = 100 \text{ dynes/cm}^2$.

$$x_1 (\text{He}) = 0.033\,588$$

$$x_2 (\text{H}) = 0.995\,392$$

$$x_3 (\text{Fe}) = \text{need not to calculate (1.000)}$$

$$x_4 (\text{Al}) = \text{need not to calculate (1.000)}$$

$$\frac{N_e}{N_o} = \frac{200 \times 0.033\,588 + 1000 \times 0.995\,392}{200 + 1000} = 0.835\,09$$

$$P_g/P_e = 2.197 \quad P_g = 220 \text{ dynes/cm}^2$$

Example 2. Calculate the gas pressure for a G-type star for which
 $T = 6\,300^\circ\text{K}$ and $P_e = 100 \text{ dynes/cm}^2$.

$$x_1 (\text{He}) = \text{need not to calculate (0.000)}$$

$$x_2 (\text{H}) = 0.000\,139$$

$$x_3 (\text{Fe}) = 0.927$$

$$x_4 (\text{Al}) = 0.983$$

$$\frac{N_e}{N_o} = \frac{0.000\,139 \times 1000 + 0.431 \times 0.927 + 0.011 \times 0.983}{1200}$$

$$= 4.577\,917 \cdot 10^{-4}$$

$$P_g/P_e = 2.185 \cdot 10^3 \quad P_g = 2.185 \cdot 10^5 \text{ dynes/cm}^2$$

Compare these values with $1 \text{ atm} = 1.013\,246 \cdot 10^6 \text{ dynes/cm}^2$.

Example.

Calculate the gas pressure in the star where $T = 6\,300^\circ\text{K}$ (from $5\,000^\circ\text{K}$ to $7\,200^\circ\text{K}$ with 100°K -interval for exercises) and $P_e = 100 \text{ dyn/cm}^2$.

$$x_1 (\text{He}) = \text{not need to calculate (from } x_2)$$

$$x_2 (\text{H}) = 0.000\,139$$

$$x_3 (\text{Fe}) = 0.927$$

$$x_4 (\text{Al}) = 0.983$$

$$\frac{N_e}{N_o} = \frac{0.000\,139 \times 1000 + 0.927 \times 0.431 + 0.983 \times 0.011}{1200}$$

$$= 4.578 \cdot 10^{-4}$$

$$P_g/P_e = 2.185 \cdot 10^3$$

$$P_g = 2.185 \cdot 10^5 \text{ dyn/cm}^2$$

Element group	H (13.598eV)	Fe (7.870eV) -group	Al (5.986eV) -group						
g _{r+1}	1	30	1						
g _r	2	25	6						
Group abundance	1000 (He :200)	0.431	0.011						
P _e =100									
T	logII/I	II/I	x	logII/I	II/I	x	N _e /N _o		
							P _g /P _e		
							P _g		
5000	-6.9365	1.157-7	1.157-7	-0.7824	1.650-1	1.416-1	5.688-5	1.758+4	1.758+6
5100	-6.6462	2.258-7	2.258-7	-0.6054	2.481-1	1.988-1	7.814-5	1.280+4	1.280+6
5200	-6.3667	4.298-7	4.298-7	-0.4347	3.675-1	2.687-1	1.040-4	9.619+3	9.619+5
5300	-6.0973	7.993-7	7.993-7	-0.2701	5.369-1	3.493-1	1.337-4	7.482+3	7.482+5
5400	-5.8376	1.453-6	1.453-6	-0.1112	7.741-1	4.363-1	1.658-4	6.032+3	6.032+5
5500	-5.5869	2.589-6	2.589-6	0.0422	1.102	5.243-1	1.986-4	5.036+3	5.036+5
5600	-5.3448	4.521-6	4.521-6	0.1906	1.551	6.080-1	2.305-4	4.339+3	4.339+5
5700	-5.1109	7.746-6	7.746-6	0.3341	2.158	6.833-1	2.604-4	3.841+3	3.841+5
5800	-4.8847	1.304-5	1.304-5	0.4729	2.971	7.482-1	2.883-4	3.470+3	3.470+5
5900	-4.6659	2.158-5	2.158-5	0.6074	4.049	8.019-1	3.148-4	3.178+3	3.178+5
6000	-4.4540	3.516-5	3.516-5	0.7377	5.466	8.453-1	3.418-4	2.927+3	2.927+5
6100	-4.2488	5.639-5	5.639-5	0.8640	7.311	8.797-1	3.719-4	2.690+3	2.690+5
6200	-4.0500	8.913-5	8.912-5	0.9865	9.694	9.065-1	4.088-4	2.447+3	2.447+5
6300	-3.8571	1.390-4	1.390-4	1.1055	1.275+1	9.273-1	4.579-4	2.185+3	2.185+5
6400	-3.6701	2.137-4	2.137-4	1.2209	1.663+1	9.433-1	5.259-4	1.903+3	1.903+5
6500	-3.4885	3.247-4	3.246-4	1.3331	2.153+1	9.556-1	6.228-4	1.607+3	1.607+5
6600	-3.3122	4.873-4	4.871-4	1.4421	2.768+1	9.651-1	7.616-4	1.314+3	1.314+5
6700	-3.1409	7.229-4	7.224-4	1.5482	3.533+1	9.725-1	9.604-4	1.042+3	1.042+5
6800	-2.9743	1.061-3	1.060-3	1.6513	4.480+1	9.782-1	1.244-3	8.051+2	8.051+4
6900	-2.8124	1.540-3	1.538-3	1.7517	5.645+1	9.826-1	1.643-3	6.095+2	6.095+4
7000	-2.6549	2.214-3	2.209-3	1.8494	7.070+1	9.861-1	2.204-3	4.547+2	4.547+4
7100	-2.5016	3.151-3	3.141-3	1.9447	8.804+1	9.888-1	2.982-3	3.364+2	3.364+4
7200	-2.3524	4.442-3	4.422-3	2.0374	1.090+2	9.909-1	4.050-3	2.479+2	2.479+4

(Program A2-1 var.)

log Pg

θ	T	log Pe										
		-3.0	-2.0	-1.0	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0
1.5	3 360	0.768	2.452	4.162	6.025	8.005	10.003	12.003	14.003	16.003	18.003	20.003
1.4	3 600	0.500	1.844	3.562	5.542	7.274	9.265	11.265	13.264	15.264	17.264	19.264
1.3	3 877	0.443	1.521	2.927	4.680	6.535	8.505	10.502	12.501	14.501	16.501	18.501
1.2	4 200	0.418	1.445	2.546	4.013	5.807	7.725	9.713	11.711	13.711	15.711	17.711
1.1	4 582	0.096	1.387	2.445	3.575	5.101	6.941	8.900	10.895	12.894	14.894	16.894
1.0	5 040	-1.102	0.789	2.308	3.440	4.607	6.189	8.074	10.053	12.051	14.051	16.051
0.9	5 600	-2.314	-0.545	1.387	3.130	4.416	5.638	7.273	9.194	11.183	13.182	15.182
0.8	6 300	-2.641	-1.514	0.034	1.934	3.819	5.340	6.657	8.346	10.290	12.284	14.283
0.7	7 200	-2.657	-1.652	-0.607	0.690	2.461	4.394	6.151	7.636	9.385	11.345	13.340
0.6	8 400	-2.658	-1.658	-0.656	0.358	1.477	3.009	4.904	6.803	8.511	10.338	12.310
0.5	10 080	-2.694	-1.676	-0.661	0.343	1.347	2.384	3.645	5.384	7.320	9.201	11.113
0.4	12 600	-2.699	-1.699	-0.698	0.309	1.331	2.342	3.353	4.440	5.889	7.754	9.704
0.3	16 800	-2.699	-1.699	-0.699	0.301	1.301	2.303	3.314	4.337	5.364	6.529	8.145
0.2	25 200		-0.699		0.301	1.301	2.301	3.301	4.301	5.303	6.319	7.370
0.1	50 400						2.301	3.301	4.301	5.301	6.301	7.301

No.

$\Theta = \frac{5040}{T}$	T	log P_e							
		-2.0	-1.0	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
0.1	50 400	-1.699	-0.699	0.301	1.301	2.301	3.301	4.301	5.301
0.2	25 200	-1.699	-0.699	0.301	1.301	2.301	3.301	4.301	5.303
0.3	16 800	-1.699	-0.699	0.301	1.301	2.303	3.314	4.337	5.364
0.4	12 600	-1.699	-0.698	0.309	1.331	2.342	3.353	4.440	5.889
0.5	10 080	-1.670	-0.661	0.343	1.347	2.384	3.645	5.384	7.320
0.6	8 400	-1.658	-0.656	0.358	1.477	3.009	4.904	6.803	8.512
0.7	7 200	-1.652	-0.607	0.690	2.461	4.394	6.151	7.673	9.390
0.8	6 300	-1.514	+0.034	1.934	3.819	5.340	6.657	8.358	10.287
0.9	5 600	-0.545	1.387	3.130	4.416	5.637	7.277	9.202	11.087
1.0	5 040	+0.789	2.307	3.440	4.606	6.189	8.076	10.045	12.737
1.1	4 582	1.387	2.431	3.574	5.097	6.948	8.968	11.436	
1.2	4 200	1.445	2.546	4.012	5.806	7.749	10.135	12.038	
1.3	3 877	1.521	2.928	4.680	6.555	8.807	10.737		
1.4	3 600	1.844	3.564	5.339	7.168	9.436			log P_g
1.5	3 360	2.451	4.165	5.996	8.135	10.038			

No.

		log P_g							
		Θ and T							
log P_e	Θ T	0.1 50400	0.2 25200	0.4 12600	0.6 8400	0.8 6300	1.0 5040	1.2 4200	1.4 3600
-2		-1.9	-1.8	-1.70	-1.67	-1.54	+0.78	+2.0	+2.4
-1		-0.8	-0.74	-0.70	-0.66	-0.01	2.57	3.1	3.9
0		+0.27	+0.29	+0.31	+0.35	+1.90	3.9	4.5	5.3
1		1.27	1.30	1.33	1.47	3.87	5.2	6.0	6.7
2		2.27	2.30	2.34	2.98	5.65	6.7	7.7	8.5
3		3.28	3.30	3.35	4.87	7.0	8.3	9.4	10.4
4		4.28	4.31	4.43	6.84	8.7	10.0	11.2	12.4
5		5.59	5.30	5.87	8.66	10.4	11.8	13.2	14.4

3. HI, Balmer lines.

flash spectrum には HI, Balmer lines の強弱が異なる。この現象は、射層に於ける圧力低下で説明が、可なり。Balmer lines は HI の subordinate lines である。圧力の低下で、Saha の式により、電離の進み、逆に弱くなる。光球より外方の射層で、気体の温度が起る高気圧 (Boltzmann の式により) 励起準位の population の増減と関係と考へては得ない。

後に spectral lines の強弱を射層で、特に Boltzmann の式を成立して、 g_m の式が判る。

4. Emission scale height.

光球を伴って、射層の温度は約 5000°K の等温大気と仮定して、静流平衡の式を導く。

$$p = p_0 \exp\left\{-\frac{mgh}{kT}\right\} = p_0 \exp\left\{-\frac{h}{H}\right\}$$

で減少する。ここで $H = \frac{kT}{mg}$ は密度の scale height である。射層を温度 5000°K の中性水素大気と仮定して、 $H \sim 150 \text{ km}$ であり、密度は急激に低下し、輝線も、それ以上層で放射し得ないことになる。

この flash spectrum に見られる輝線の弓形の大は、その輝線の放射される高さの範囲を指す。HI Balmer lines, Ca II H&K lines など、 $10,000 \text{ km}$ の高さで、光る。emission scale height のかなり大きいことを示している。最近の観測値は、この輝線について、 $3000 \sim 4000 \text{ km}$ である。

HI 線は、 10^4 程度の重さ、Ca ($A \sim 40$)、 10^3 の高さにまで広がる。stratification を考へては得ない。

射層の gas 密度を約 5000°K に保つて、 $(\rho \sim 5000)$ の大気の support mechanism を考へると McCrea は、そこに turbulence を導く。

$$kT^* = kT + \frac{1}{2} m_H U^2$$

に等しい。gas pressure $p = N_H \cdot kT$ の有效 gas pressure $p^* = N_H \cdot kT^*$ に等しいと説明され、観測の scale height

から turbulent velocity $U \sim 18.4 \text{ km/sec}$ を求めた。これは $\Pi^* \sim 18,700^\circ \text{K}$ に相当する。

5. High excitation lines.

flash spectrum に於て、老球 spectrum に見られる $\text{He I } 5875$ (D₃ line), $\text{He II } 4686$ 等の極端に高励起の線が現れる。これらの He 線は、極端に高温な、B 型星、O 型星の spectra に見られる特徴であり、即ちこれは、新層の老球より高励起状態にあり得ることを示している。

これは老球から新層への温度の急上昇に起因して、新層の更に外方に於ける corona spectrum を見れば決定的である。corona spectrum に於て、 $\text{Fe X} \sim \text{XIV}$ の高次 line spectrum が現れる。之等は生じた電離 potential は 300 ~ 400 eV 程度であり、その電離を自由電子との衝突によって生じていると解釈すれば、その自由電子は 10^6 °K の熱運動のエネルギー (Maxwell の法則) に従う。

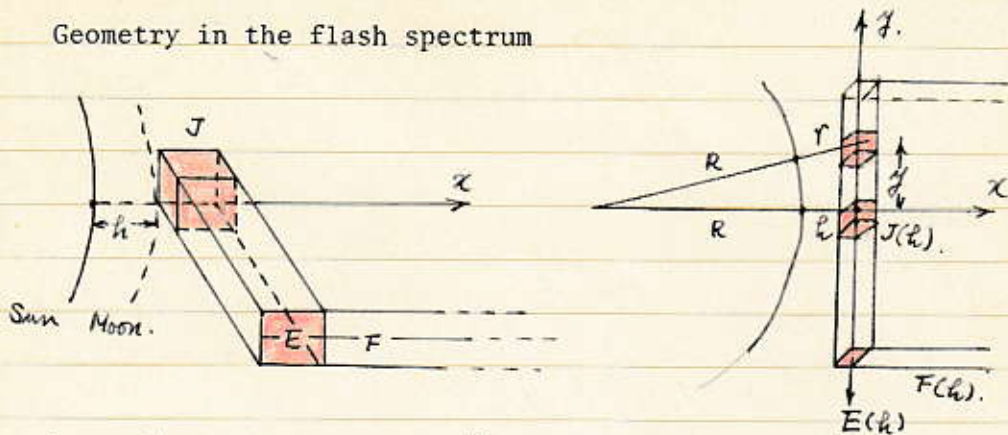
*Homogeneous Models of the Quiet Chromosphere:
log T_e Distribution*

<i>h</i> (km)	log T _e			
	KOYAMA	GULY, <i>et al.</i>	BCA	ADOPTED
1000	—	3.74	3.74	3.74
2000	—	3.74	[4.04]	3.74
3000	—	3.75	—	3.75
4000	—	3.76	—	3.76
5000	—	3.78	—	3.78
6000	4.257	3.82	—	4.04
7000	4.429	4.20	—	4.31 [†]
8000	4.654	4.55	—	4.60
9000	4.928	4.83	—	4.88
10 000	5.273	5.06	—	5.16 [‡]
11 000	5.542	(5.27)	—	5.40 [‡]
12 000	5.708	5.45	—	5.58
13 000	5.804	(5.61)	—	5.70 [‡]
14 000	5.863	5.74	—	5.80
15 000	5.903	(5.85)	—	5.87 [†]
16 000	5.931	5.94	—	5.93 [†]
17 000	5.952	(6.01)	—	5.98
18 000	5.969	6.07	—	6.02
19 000	5.985	(6.13)	—	6.06
20 000	6.000	6.20	—	6.10

*Homogeneous Models of the Quiet Chromosphere:
log N_e Distribution*

<i>h</i> (km)	log N _e			
	KOYAMA	GULY, <i>et al.</i>	BCA	ADOPTED
1000	—	11.41	10.56	10.56
2000	—	11.00	[9.75]	(10.50)
3000	—	10.73	—	(10.40)
4000	—	10.25	—	10.25
5000	—	9.94	—	9.94
6000	9.42	9.68	—	9.55
7000	9.10	9.51	—	9.30 [†]
8000	8.87	9.39	—	9.13
9000	8.76	9.29	—	9.02 [‡]
10 000	8.72	9.20	—	8.96
11 000	8.70	(9.12)	—	8.91
12 000	8.64	9.05	—	8.84 [‡]
13 000	8.56	(8.99)	—	8.77 [‡]
14 000	8.49	8.93	—	8.71
15 000	8.42	(8.88)	—	8.65
16 000	8.37	8.83	—	8.60
17 000	8.32	(8.79)	—	8.55 [‡]
18 000	8.30	8.75	—	8.52 [†]
19 000	8.30	(8.71)	—	8.50 [‡]
20 000	8.30	8.68	—	8.49

§ Geometry in the flash spectrum



月が太陽の limb 上を横切る時 flash spectrum の線
の観測強度は $F(h)$ である。各々は之より、 h の高さにおける 1 cm^2
あたりの emission $J(h)$ を求めたい。これ、両者の間には、2重の積
分の関係がある。即ち、

$$F(h) = \int_h^\infty E(x) dx, \quad E(x) = 2 \int_0^\infty J(x) dy.$$

但し、後者の式は、self absorption を無視している。emission $J(x)$ の
高さ x での scale height H で減少する、即ち、

$$J(x) = J(0) \cdot e^{-x/H}$$

で表わせば、表面の surface brightness $E(h)$ は、

$$E(h) = 2 \int_0^\infty J(y) dy \quad y^2 = (R+y)^2 - (R+h)^2$$

$$= 2J(0) \int_0^\infty e^{-y/H} dy \quad \leftarrow \begin{aligned} &= 2R(y-h) \\ &r \equiv \frac{y^2}{2R} + h \end{aligned}$$

$$= 2J(0) e^{-h/H} \int_0^\infty e^{-y^2/2RH} dy \quad \leftarrow \int_0^\infty e^{-a^2 x^2} dx = \sqrt{\pi}/2a.$$

$$= \sqrt{2\pi R J(0)} \sqrt{H} e^{-h/H}$$

$$E(h) = \sqrt{2\pi R} \cdot \sqrt{H} J(0) e^{-h/H}$$

観測強度 $F(h)$ は、

$$F(h) = \int_h^\infty E(x) dx$$

$$= \sqrt{2\pi R} \cdot \sqrt{H} J(0) \int_0^\infty e^{-x/H} dx$$

$$= \sqrt{2\pi R H^3} J(0) e^{-h/H}$$

$$= \sqrt{2\pi R H^3} J(h)$$

結局.

$$J(x) = J(0) e^{-x/H}$$

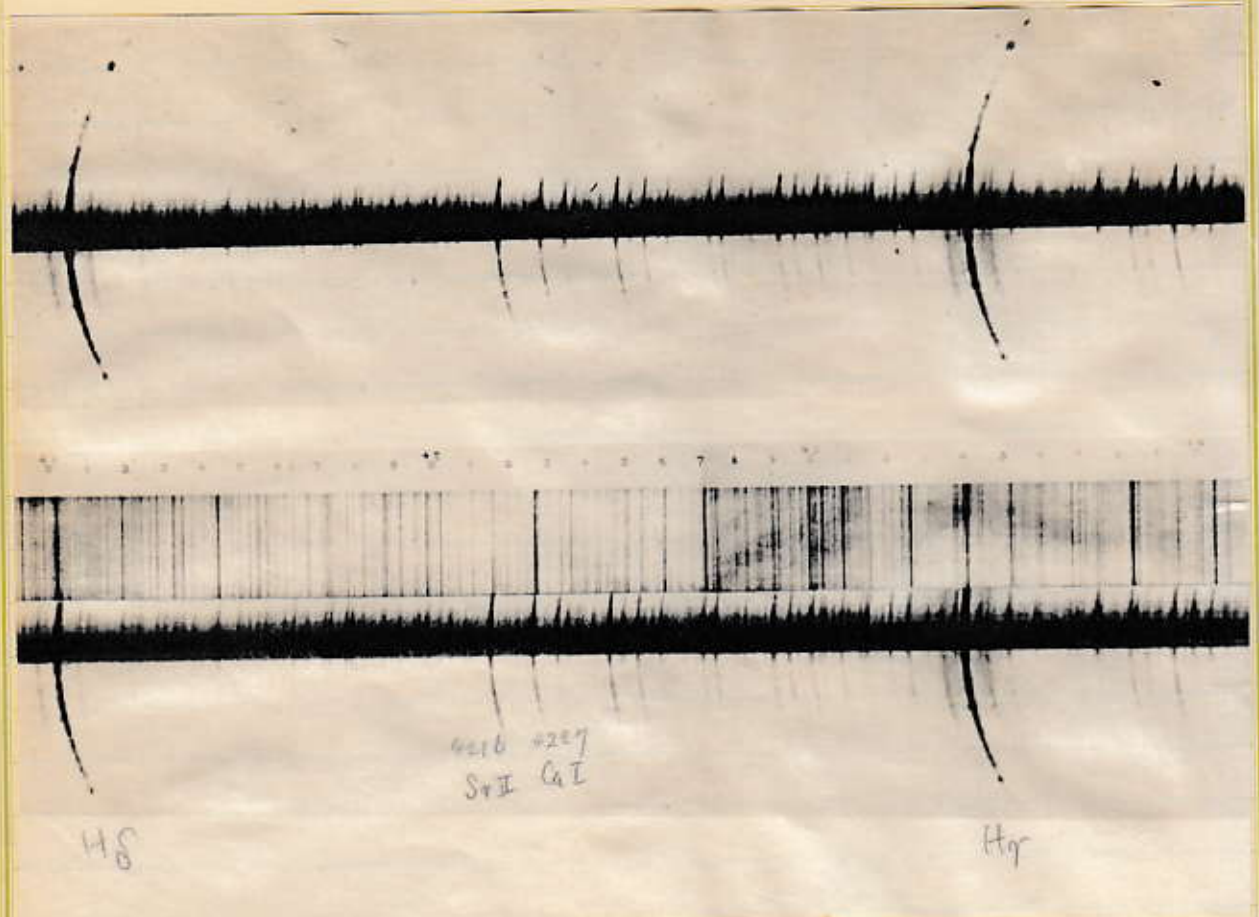
$$E(x) = \sqrt{2\pi R H} J(0) e^{-x/H}$$

$$F(x) = \sqrt{2\pi R H^3} J(0) e^{-x/H}$$

④ 利. 月の運行について. $F(x)$ が測定された時. その scale height は 1 cm^3 あたりの Emission $J(x)$ の scale height に等しいのである. 利. ②の emission は. self absorption を無視してよい時. その粒子の density の scale height を与えることになる.

Theme

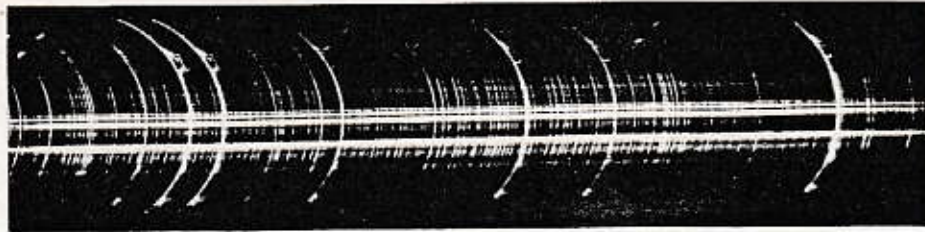
Date



HS

4216 4217
S+II CaI

Hy



5.1 The "flash spectrum" of the chromosphere taken by D. H. Menzel during the eclipse of August 31, 1932, at Fryeburg, Maine. The spectrum covers the region from about 3750Å (left) to about 4700Å (right). Each arc is an image of the chromosphere in a particular line; the dark places in between are wavelengths where the chromosphere is transparent and nonemitting. A prominence arch is clearly visible in the Ca II H and K lines, which are the pair of strong lines near the left. (Courtesy Lick Observatory.)

order to separate wavelengths in a spectrum, a grating spectrograph has to narrow the angle of entrance to the grating. Normally an entrance slit is required for this purpose, but the image of the crescent chromosphere is so narrow that a slit is unnecessary, and each wavelength of light produces an image of the crescent chromosphere itself. The flash spectrum in Figure 5.1 consists of a series of monochromatic images of the chromosphere. There is no continuous spectrum filling in all wavelengths, as is produced by the solar photosphere (Figure 2.8). In fact, the overwhelming amount of light is emitted by just one spectral line, $H\alpha$, at 6563Å in the red part of the spectrum. It is the red color of $H\alpha$ radiation that gives the chromosphere its ruby appearance, and its name. Many other chemical elements are represented in the chromospheric spectrum (including the element helium, which was first discovered in the solar chromosphere before it was found on Earth). However, none surpasses the very strong $H\alpha$ line in supplying color to the chromosphere.

The solar chromosphere, then, is made up simply of ordinary solar gases that are raised above the Sun's limb and glow brightly against the dark sky, emitting the spectral lines of their component elements. The absence of continuous white-light emission from the chromosphere is due to the fact that there is just not enough material to emit significant radiation, except at the characteristic strong wavelengths of atomic transitions, as described in Chapter 2. In other words, except at the wavelengths of strong atomic transitions, the chromosphere and its prominences are transparent, and we see right through them to the dark interstellar space behind (compare Figure 2.9a).

§10

29

§4. Deviations from the thermodynamical equilibrium.

Boltzmann の法則は、熱力学的平衡に対して導かれたものであり、厳密には、この状態に於いてのみ成立する。星の大気や、ガス状星雲が、この平衡状態から deviate していることは、多くの興味ある問題を生ずる。

星の大気では、一方は、高温を輻射場に向き、他方は、真空に近い空間に向いている。従って、通常的であり得る、平衡状態にはない。この場合、一方は、或る局所的な温度 T の熱力学的平衡にあり、Boltzmann の法則が安心に使える。しかし、表面に向き、熱力学的平衡の仮定は次第に破れ、星の吸収線が形成される。特に第一近似として意味は Boltzmann の法則や、次の Saha の電離式を適用し、その理論値と観測値と比較することである。しかし、結果的に見ると、金と銅の $n=2$ 状態間の電離状態間の原子の分布に同様の熱力学的平衡の仮定が、かなりよく満たされていることが判る。この章では、統計力学から得られた結果や、熱力学的平衡の概念を用いて、星のスペクトルを定性的に解釈するなどの程々にふれたいことを願う。

ガス状星雲では、熱力学と統計力学の二程利用出来る。そこで解説しようとするのは、種々の矛盾に達する。ガス状星雲のスペクトルを解釈するためには、詳細に個々の物理的状態を考慮しなければならない。例として、星雲の水素 α 線の輝線は、光電電離、再結合によるもので、禁制線は、衝突による準安定状態に励起された原子の基底状態に戻るときに発せられる。この場合、通常条件下では、通常状態に於いて満たしている関係がある：

(a) 統計的平衡式： 或る準位の population は常に保たれていることを示す式。

(b) 正則性-保率式： 或る容積中の吸収した全エネルギーは、放出した全エネルギーに等しいことを表す式。

熱力学的平衡から最も deviate している条件下では、或る過程は、平衡が成立している時と同じ様に起していることがある。Boltzmann の式はよく満たされ、輻射場は真空に射撃するものは著しく思っている。それにもかかわらず、電子やイオンの速度分布は、依然として或る温度 T の Maxwell 分布を成している。

太陽の chromosphere と corona は熱力学的平衡で、解釈の大半は、性質を示している。しかし、今では、この分野の限界を充分留意した上で、平衡理論から得られた知識を導くべきである。

§ 8. Non-thermodynamic equilibrium

1. Solar chromosphere

熱力学平衡状態では、水素の各 level の population は, Saha, Boltzmann 式を組合わせて

$$\frac{N_j^*}{N_e N_p} = j^2 \left(\frac{h^2}{2\pi m k T_e} \right)^{3/2} \exp \frac{X_j}{k T_e} \quad (1)$$

で与えられる。 N_j^* は principal quantum no. j の level の population であり、 X_j は、 j level に対する電位エネルギーである。

現実の形場は、電位エネルギーが j level に対して、水素 level の population は、 N_j^* ではなく N_j を持つ。そこで、この電位エネルギー X_j を

$$X_j = N_j / N_j^* \quad (2)$$

と表わす。今形場を、水素原子 (N_j)、電離水素すなわち陽子 N_p 、自由電子 N_e のみで考え、 j level の population N_j の出入りの定常状態を考慮する。 j level への出入りの process は、次のものを考えなければならない。 rate (1cc, 1sec),

$$R_{jk} \leftarrow \begin{cases} N_j A_{jk} & j \rightarrow k \ (k < j) \text{ na spontaneous transition rate.} \\ N_j D_{jk} & j \rightarrow k \ (k < j) \text{ na rad.-induced emission rate (stimulated)} \\ N_j F_{jk} & j \rightarrow k \ (k > j) \text{ na rad.-induced absorption rate.} \end{cases}$$

$$R_{jc} \leftarrow \begin{cases} N_e N_p \beta_j & c \rightarrow j \text{ radiative recombination rate. (stimulated)} \\ N_e N_p \gamma_j & c \rightarrow j \text{ rad.-induced rad. recomb. rate.} \\ N_j \delta_j & j \rightarrow c \text{ photo-ionization rate.} \end{cases}$$

その他、自由電子との衝突による processes,

$$N_e N_j K_{jk} \quad j \rightarrow k \text{ electron collision (} k > j \text{) excitation (} k < j \text{) or de-excitation (} k < j \text{),}$$

$$N_e^2 N_p K_{cj} \quad c \rightarrow j \text{ electron-collisional 3-body recomb. rate}$$

$$N_e N_j K_{jc} \quad j \rightarrow c \text{ electron-collisional ionization rate}$$

atom-atom, atom-ion 間 collision process を無視。level j a degenerate state 且、その statistical weight g_j の level を populate する仮定を新設す。 j state a population a 出入に: steady state が成立すれば、出入を equate すれば、次の h_j に対する無限連立方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & \sum_{k>j} b_k \frac{N_k^*}{N_j^*} (A_{kj} + D_{kj} + NeK_{kj}) + \sum_{k<j} b_k \frac{N_k^*}{N_j^*} (F_{kj} + NeK_{kj}) \\ & + \frac{NeN_p}{N_j^*} (\beta_j + \gamma_j + NeK_{cj}) \\ & - h_j \left[\sum_{k>j} (F_{jk} + NeK_{jk}) + \sum_{k<j} (A_{jk} + D_{jk} + NeK_{jk}) + (d_j + NeK_{jc}) \right] \\ & = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

この無限連立方程式を解く h_j 且、 j の高々大いには、 collision process or rad. process 及びその重要性に依り、 N_j 且、それら Saha 式を両方に於き事実の単純化される。實際的に、 b_x 和 1 に近い値を有する値 x 及び大い j を持つ x level を一掃し ($j > x$ 則 $b_j = 1$) とす。この式 (3) 式は、有限連立方程式となり h_j について解ける。選定 x の十分大い、この check するに、計算した h_j を j に対して plot し、それら各々 curve を描く。それら $b_j = 1$ は tangential であるに依り、若し x 大い j 則、 x を更に大い x する。

次に、Rate の値。

A_{jk} : Baker & Menzel, 1938, Ap. J. 88, 52.

Green, Rush & Chandler, 1957, Ap. J. Suppl. 3, 37.

β_j : Seaton, 1959, M.N. 119, 81.

Rad. field 且 Thomas (1948) の方法で考慮、 sun's disk 和 a rad. の $j \rightarrow k$ transition の散逸は、 dilution factor W_{jk} を得ず、 temp. T_r ($\sim 6000^\circ K$) a black body に対して与えらる。 W_{jk} は新設に於ける local condition に依り得る。

$$\epsilon = \frac{[2-a+y(1+a)](y-1)^{1/2}(a+1)^{1/2}}{3a^{1/2}(a+y)^{3/2}} \quad (y < 1+a)$$

$$= \frac{[-3a+y(3+a)]y^{1/2}}{3(a+y)^{3/2}} \quad (y > 1+a)$$

where $a = k^2 / (k^2 - j^2)$

classical theory is zero, asymptotic form is $\sim \frac{1}{2} \pi^{-1/2} \frac{1}{k} \frac{1}{(a+y)^{3/2}}$ for $y > 1+a$.
 gives a factor 2 error at $y=1+a$.
 factor 2 error at $y=1+a$.

Kingston: $Z_e = 32000$ $Z_r = 6000$ $N_e = 10^8$

Matsushima: $Z_e = 35000$ $Z_r = 6000$ $N_e = 2 \times 10^8$

Rad. field 1: no rad. field present, $W_{jk} = 0$ for all j .

2: no absorption lines, $W_{jk} = 1$ for all j .

3: Lyman lines & continuum: detailed balancing
 $W_{jk} = 1$ for all $j > 1$.

4: Lyman lines & continuum: detailed balancing
 $W_{2k} = W_{1k} = 0$ $W_{jk} = 1$ for all $j > 2$

for a rad. field W_{jk} is $W_{jk} = \frac{1}{2} \pi^{-1/2} \frac{1}{k} \frac{1}{(a+y)^{3/2}}$

collision rate W_{jk} is $W_{jk} = \frac{1}{2} \pi^{-1/2} \frac{1}{k} \frac{1}{(a+y)^{3/2}}$ for an excited level of
 population is $W_{jk} = \frac{1}{2} \pi^{-1/2} \frac{1}{k} \frac{1}{(a+y)^{3/2}}$ for $j > 10$ or state is higher state
 lower state population is $W_{jk} = \frac{1}{2} \pi^{-1/2} \frac{1}{k} \frac{1}{(a+y)^{3/2}}$ (collision rate is insensitive to W_{jk} for $j > 10$). (cf Thomas & Athay 1961).

TABLE I
 b_j FOR RADIATION FIELDS 1-4

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}
Radiation Field 1										
Matsushima.....	1.85×10^6	10.3	4.41	3.24	2.72	2.43	2.17	1.90	1.61	1.43
Kingston.....	1.90×10^6	4.06	2.07	1.62	1.38	1.20	1.10	1.05	1.02	1.01
Radiation Field 2										
Matsushima.....	1.61×10^6	9.08	3.82	2.80	2.31	2.01	1.75	1.54	1.38	1.20
Kingston.....	1.80×10^6	4.03	1.97	1.56	1.35	1.20	1.11	1.05	1.03	1.01
Radiation Field 3										
Matsushima.....	4.24×10^4	1.18×10^3	57.4	19.0	11.2	8.14	6.54	5.57	4.87	4.41
Kingston.....	7.03×10^4	4.94×10^3	25.1	8.16	4.23	2.57	1.76	1.37	1.17	1.07
Radiation Field 4										
Matsushima.....	2.41×10^5	2.36×10^3	71.9	26.6	15.9	11.3	8.60	6.75	5.53	4.59
Kingston.....	7.98×10^4	1.24×10^4	9.74	4.31	2.67	1.85	1.43	1.21	1.10	1.04

The effect of electron collision processes in the chromosphere has already been considered by Matsushima (1952). In these calculations Matsushima took $T_e = 35000$, $T_r = 6000$, and $n_e = 2 \times 10^{11}$ and considered the following radiation fields:

Radiation field 1.—No radiation field present, $W_{jk} = 0$ for all j .

Radiation field 2.—No absorption lines, $W_{jk} = 1$ for all j .

Radiation field 3.—Detailed balancing in Lyman lines and Lyman continuum, $W_{jk} = 1$ for all $j > 1$.

Radiation field 4.—Detailed balancing in Lyman lines and Lyman continuum, $W_{2k} = W_{2\epsilon} = 0$ and $W_{jk} = 1$ for all $j > 2$.

12

§ 10. Remarks on the coronal spectrum

Sahaの電離式は、簡単に便利な式ではないが、それは、熱力学的平衡の場合に、 n が成るが、 n が、空の多の空の用には、相当に狂いがある。例として、coronal spectrumに、見られる線の中で、 $Fe\ XII$ は、電離 potential $\approx 361\text{ eV}$ である。従って Saha式に、coronaの値 $T \approx 10^6\text{ K}$, $N_e \approx 10^{17}\text{ cm}^{-3}$, $X = 361\text{ eV}$, $g_{XII} = 2$, $g_{XIII} = 1$ を代入し、 $Fe\ XII$ ion と $Fe\ XIII$ ion の量の比を求めると、

$$N(Fe\ XII)/N(Fe\ XIII) = 1.46 \times 10^{14}$$

となる。Fe XIII は事実上皆無である。これは、観測的には、両 ion の量の比、等しいことを示している。Saha式を用いて、 n が狂いがあるのは、熱力学的平衡の仮定が、その温度に、対する物体輻射の存在を意味しているからである。これは、corona自体は、非常に僅かな輻射にすぎない。又、下方から、太陽輻射は 6000 K の物体輻射に過ぎない。電離の状況は、coronaは非常に弱い輻射場である。

このように、稀薄な輻射場における原子の電離、再結合の平衡は、輻射の吸収、放射による電離、電離再結合の釣り合い、自由電子との衝突による衝突電離、と電離再結合との釣り合いによる。この電離式は、Coronaや惑星の大気等の物理学において、Elsasser, 宮本らの学術にまで得られた。

b_j

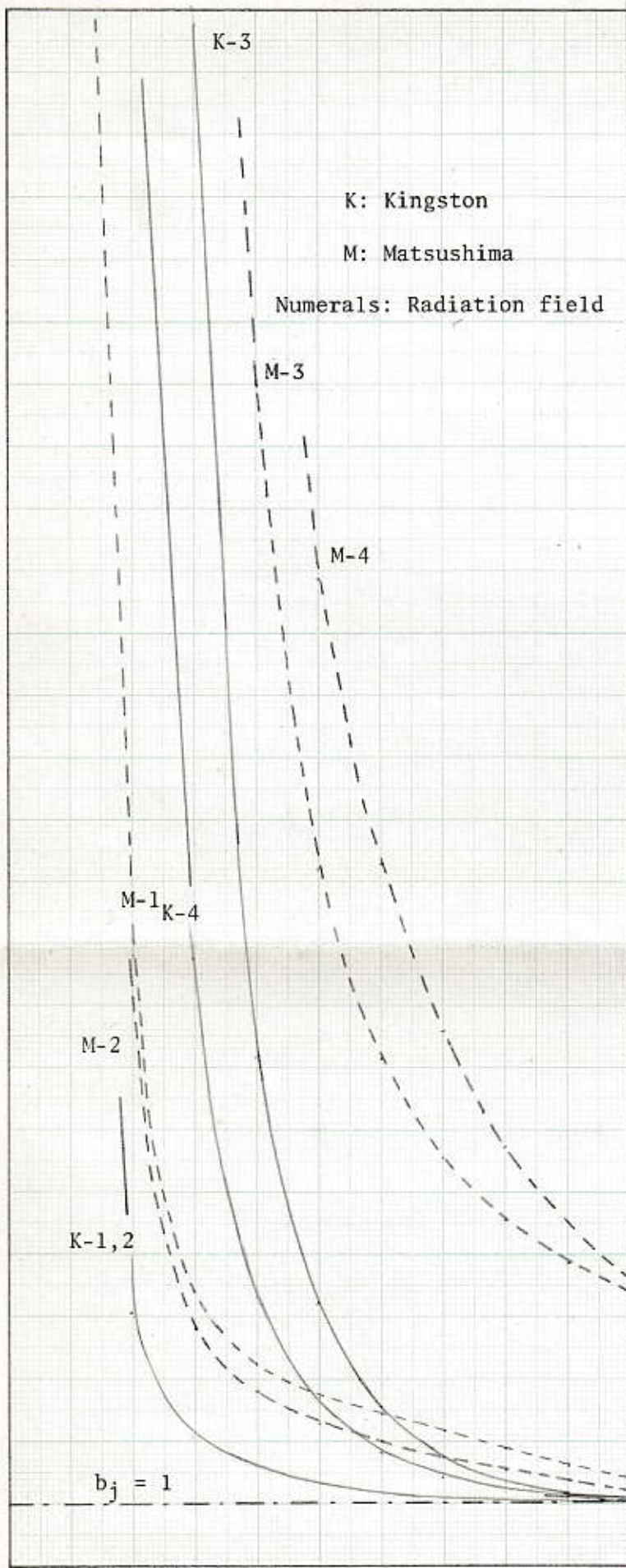
25

20

15

10

5



2

4

6

8

10 j

$b_j = 1$

The Ionizations of Carbon and Silicon Atoms by Electron Collisions

Shin KOYAMA

Institute of Astronomy, Kagawa University

(Received Feb. 25, 1961)

Abstract

In order to explain the solar ultraviolet emissions, we attribute these emissions to the solar (chromosphere-corona) transition layers and examined the states of ionization in these regions. These calculations were carried out as the preliminaries to construct the theoretical models of the solar transition layers. In order to obtain the relation between the densities of electrons and of total particles, the ionizations of hydrogen and helium atoms were also calculated, and the free electrons only from these two elements were taken into account. Miyamoto's ionization equation was used on the basis of the assumption that the collisional ionizations are in the state of equilibrium with the photoelectric recombinations. Assuming the chemical compositions in the solar atmospheres, the numbers of ions in various states of ionization were calculated.

1. The ultraviolet emissions from the sun.

The atmospheres of the earth hinder the ultraviolet radiations so seriously that the ultraviolet spectrum of the sun has been a mystery for a long time. But, owing to the recent progress in the technique of high-altitude flights of rockets, the solar radiations are now observable from the above of the main body of the earth's atmospheres. The rocket spectrograph, photon counter and ion chamber have been used for these measurements, and observable region has been stretched towards shorter and shorter wave length.

The wave-lengths of ultraviolet emissions have been measured and identified. They have proved to be radiations originated from some ten elements, and often from the several states of ionizations of them. They are: H; HeII; C I, CII, CIII, CIV; NV; O I, OVI; AlII; Si I, SiII, SiIII, SiIV; SII; FeII; PII, etc.¹⁾ The highest excitation emissions in these spectrum, OVI, NV, CIV, SiIV, correspond to very high electron temperatures of the order of some hundreds of thousand degrees even by simple estimations. Moreover, the parallel appearances of emissions in various ionization states

show that they originate over the wide temperature range in transition layers.

These conditions are accepted also from the Lyman-alpha radiation in the spectrum. The fact that the Lyman-alpha radiation shows neither limb-darkening nor limb-brightening considerably means that this radiation originates also in the upper chromosphere or the transition layers where temperatures ascend steeply. If this radiation originates as the self-absorbed emission in the lower chromosphere or in the photosphere, the emission widths would be much more wide compared with the observed one. Contrarily, if it originates as a result of proton-electron recombinations in the corona, it would show a considerable limb-brightening.

Therefore, the studies of the solar ultraviolet emissions provide the knowledges of the uppermost chromosphere, perhaps, of interspicular materials or the top of spicules where temperatures ascend steeply towards the corona.

2. Models of the solar transition layers.

The absolute intensities of ultraviolet emissions have been measured by Byram et al.^{2,3)} and Aboud et al.⁴⁾ But, these values seem not yet to be established by the difficulties in standard estimation.

From the above reasons, the structure models of the solar chromosphere or the transition layers have become able to be tested by comparing with observations. According to the table given by Johnson et al.¹⁾, Woolley and Allen's model⁵⁾ of the chromosphere seems to agree fairly well with observations. The almost all high excitation emissions theoretically predicted by them to be present in the radiation from the quiet sun, were really observed. It is, however, extremely difficult to predict the emission intensities from the theoretical models because of the lack of knowledges about the oscillator strengths for these almost all emissions.

The first question for constructing the models is to know the electron density and the ion density in the layers. And, for it, we must know the states of ionizations. In this paper, we examine the states of ionizations as preliminaries for constructing the models of transition layers. We restrict our attentions to the ionizations of carbon and silicon atoms.

3. The states of ionizations in the transition layers.

To examine the ionization states in the solar transition layers, we can not use the ordinary Saha's equation because these layers are not any more in the state of thermodynamical equilibrium. We assume here the simplified hypothesis that the collisional ionizations by free electrons are balanced with photoelectric recombinations. The photoelectric ionizations can be now neglected because (i) the radiation fluxes from the photosphere

and the chromosphere are not sufficient in the short wavelength region in question and (ii) the back-radiations from the corona are much diluted and have no effects.⁶⁾

4. The equations of ionization by electron collisions.

The equations of ionization on the basis of the above conditions have been obtained concerning the ionizations of the solar corona by following authors: S. Miyamoto⁷⁾, L. Bierman⁸⁾, R. v. d. R. Woolley and C. W. Allen⁹⁾, I. S. Shklovski¹⁰⁾ and G. Elwert¹¹⁾. At last, S. Miyamoto¹²⁾ has simplified the Elwert's equation and obtained the following semi-empirical formula concerning the ionization of cosmic clouds:

$$\frac{N(X^+)}{N(X)} = C \frac{\zeta_n}{n} \left(\frac{z_n}{z_H}\right)^{-2} \left(\frac{z_n}{kT}\right)^{-1} \exp(-z_n/kT).$$

In this equation, atom (or ion) X is assumed to have ζ_n electrons in the outermost shell n (=principal quantum number). z_H and z_n are the ionization potentials of hydrogen and atom X . k is Boltzmann constant and C is a correction constant. This correction constant was determined to fit the hydrogen ionization calculated by J. W. Chamberlain¹³⁾ especially taking account of the collisions of slow electrons, and adopted $C=6 \times 10^5$. We used this equation for the ionizations of carbon and silicon atoms.

5. The electron densities.

In order to know the relation between the densities of electrons N_e and of total particles N (atoms, ions and electrons) we must know the ionizations of at least two most abundant elements, hydrogen and helium. For these atoms, the above equation was also used. In the electron density, we take into account free electrons only from these two elements. Over the temperature range in question, the ionization of hydrogen atoms is so considerable that electrons from other elements are negligible.

With respect to the chemical composition of solar atmospheres, we adopt the following logarithms of relative numbers: 1.9421 for hydrogen, 1.0881 for helium, 4.5103 for carbon and 5.5442 for silicon.

6. The table.

Thus, the numbers of atoms, ions and electrons relative to the total particles were calculated. Besides the populations of carbon and silicon atoms, that of hydrogen and helium atoms were also tabulated. The entries in the table are common logarithms of relative numbers and 10 has been

added to all results. The parameter t is an electron temperature in 10^4 .

7. Acknowledgements.

In conclusion, we express our deepest thanks to Professor S. Miyamoto for continual encouragement. Many thanks are also due to Dr. I. Kawaguchi for valuable suggestions.

References

- 1) F. S. Johnson, H. H. Malitson, J. D. Purcell and R. Tousey. *Ap. J.*, **127**, 80. 1958.
- 2) E. T. Byram, T. A. Chubb, H. Friedman and J. E. Kupperian, Jr. *Ap. J.*, **124**, 480. 1956.
- 3) E. T. Byram, T. A. Chubb, H. Friedman, J. E. Kupperian, Jr. and R. W. Kreplin, *Ap. J.*, **128**, 738. 1958.
- 4) A. Aboud, W. E. Behring and W. A. Rense. *Ap. J.*, **130**, 381. 1959.
- 5) R. v. d. R. Woolley and C. W. Allen. *M. N.*, **110**, 358. 1950.
- 6) G. Elwert. *Zs. f. Naturforsch.*, **9a**, 637. 1954.
- 7) S. Miyamoto. *Acta Astronomica Cosmophysicaque*, **2**, 29. 1943.
- 8) L. Bierman. *Naturwiss.*, **34**, 87. 1947.
- 9) R. v. d. R. Woolley and C. W. Allen. *M. N.*, **108**, 292. 1948.
- 10) I. S. Shklovski. *Izv. Krymsk. Ap. Obs.*, **6**, 105. 1951.
- 11) G. Elwert. *Zs. f. Naturforsch.*, **7a**, 432. 1952.
- 12) S. Miyamoto. *Zs. f. Ap.*, **38**, 245. 1956.
- 13) J. W. Chamberlain. *Ap. J.*, **117**, 387. 1953.